Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II
Ejercicios de Probabilidad y Estadística propuestos en las pruebas de Selectividad por la Universidad de Castilla-La Mancha

Pedro Castro Ortega
I.E.S. Fernando de Mena
Departamento de Matemáticas
Socuéllamos (Ciudad Real)

Resumen

Los ejercicios y problemas contenidos en este libro se propusieron en las pruebas de Selectividad por la Universidad de Castilla-La Mancha a partir del año 1989.

Antes de la entrada en vigor del Bachillerato LOGSE, la asignatura se denominaba Matemáticas II y el acceso a la universidad se hacía mediante una prueba llamada Selectividad.

En la actualidad la asignatura se denomina Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II. La Selectividad pasó a llamarse Prueba de Acceso a la Universidad. Ahora recibe el nombre de Prueba de Acceso a los Estudios de Grado (PAEG).

Índice

1. Introducción

Si la documentación que obra en mi poder es correcta, hasta la Selectividad de septiembre de 1996 las pruebas comenzaban con el siguiente encabezado:

UNIVERSIDAD DE CASTILLA-LA MANCHA
Pruebas de aptitud par el acceso a Facultades, EE.TT.SS. y CC.UU.
Matemáticas II: El alumno deberá desarrollar por escrito dos de las cuatro cuestiones propuestas.

Entre junio de 1997 y septiembre de 1999, la información que se proporcionaba al principio de cada prueba era como la que sigue o similar:

UNIVERSIDAD DE CASTILLA-LA MANCHA. P.A.U. BACHILLERATO LOGSE
(O.M. 10-12-92 Y O.M. 19-05-95)
MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II.
El alumno/a resolverá cuatro cuestiones eligiendo para ello A) o B) en cada uno de los bloques.
Cada cuestión tiene una puntuación máxima de 2.5 puntos.

Finalmente, a partir de junio del año 2000 se proporcionaba la siguiente información:

UNIVERSIDAD DE CASTILLA-LA MANCHA
Pruebas de aptitud para el acceso a la Universidad (Bachillerato L.O.G.S.E.)
Materia: **MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II**
Esta prueba consta de cuatro bloques de dos ejercicios A) y B) cada uno.
El/la alumnno/a debe resolver cuatro ejercicios, uno de cada bloque.
Cada ejercicio tiene una puntuación mínima de 2.5 puntos.
Se puede utilizar cualquier tipo de calculadora.

Los ejercicios se presentan en dos secciones. En la primera, los ejercicios propuestos antes del año 2000 y en la segunda los ejercicios propuestos a partir del año 2000. La razón es que, según mi documentación, antes del año 2000 no tengo completa seguridad del año y de la convocatoria de algunos de los exámenes que se propusieron.

En la primera sección he clasificado los ejercicios en aquellos que son anteriores al Bachillerato LOGSE (Matemáticas II), y los posteriores (Matemáticas aplicadas a la Ciencias Sociales II).

En la segunda sección, a partir del año 2000 (precisamente cuando se unifican bastante los criterios, de tal manera que los modelos de ejercicios propuestos en cada examen son prácticamente idénticos), he clasificado los ejercicios según la convocatoria en que aparecen: junio, septiembre y reservas.

2. Ejercicios propuestos entre el año 1989 y el año 1999

Hasta el año 1996 los ejercicios son anteriores al Bachillerato LOGSE (Matemáticas II) y a partir de junio de 1997 corresponden a la denominación del Bachillerato LOGSE: Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II. Muchos de ellos contienen la convocatoria a la que pertenecen. Unos pocos no pues, como se dijo en la introducción, no tengo certeza de ello.

2.1. Ejercicios propuestos de Matemáticas II

1. ***Junio 1989 - Tercera cuestión***

   El número de bacterias por unidad de volumen, presentes en cultivo después de un cierto número de horas viene expresado en la siguiente tabla:

X : N^o de horas	0	1	2	3	4	5
Y : N^o de bacterias por unidad de volumen	12	19	23	34	56	62

   Calcular:

   a) Las medias y desviaciones típicas de las variables, número de horas y número de bacterias.

   b) La covarianza de la variable bidimensional.

   c) El coeficiente de correlación lineal e interpretarlo.

   d) La recta de regresión de Y sobre X.

2. ***Septiembre 1989 - Segunda cuestión***

   Se ha preguntado a ocho alumnos sobre el número de horas de estudio dedicadas a la evaluación de Estadística y sus calificaciones en el examen correspondiente, siendo las preguntas las que figuran en la tabla

Horas de estudio:	X	20	16	34	23	27	32	18	22
Calificación del examen:	Y	64	61	84	70	88	92	72	77

   Se pide:

   a) Número medio de horas de estudio.

   b) Calificación media.

   c) Coeficiente de correlación e interpretarlo.

   d) Recta de regresión de Y sobre X.

   e) Calificación estimada para un alumno que hubiese estudiado en esa evaluación 25 horas.

3. ***Septiembre 1989 - Cuarta cuestión, apartado b)***

   Un ladrón entra a robar joyas en un piso de una finca con tres patios. El patio A tiene 12 pisos, en 4 de los cuales hay joyas. El patio B tiene 5 pisos con joyas y otros 5 sin joyas. Sólo hay joyas en 5 de los 14 pisos del patio C. El ladrón eligió al azar un patio y dentro de él un piso. ¿Cuál es la probabilidad de que se encuentre en un piso con joyas?

Solución:
Sean los sucesos A: "elegir el patio A", B: "elegir el patio B" y C: "elegir el patio C". Si se elige un patio al azar, se tiene que $P(A) = P(B) = P(C) = 1/3$. Sea también el suceso J: "haber joyas en un piso". Entonces $P(J/A) = 4/12 = 1/3$, $P(J/B) = 5/10 = 1/2$, $P(J/C) = 5/14$. Utilizando el teorema de la probabilidad total:

$$P(J) = P[(J \cap A) \cup (J \cap B) \cup (J \cap C)] = P(J \cap A) + P(J \cap B) + P(J \cap C) =$$

$$= P(A)P(J/A) + P(B)P(J/B) + P(C)P(J/C) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{14} =$$

$$= \frac{1}{9} + \frac{1}{6} + \frac{5}{42} = \frac{25}{63} \approxeq 0{,}397$$

4. ***Junio 1990 - Segunda cuestión, apartado b)***

La siguiente tabla corresponde a la distribución de las tallas de 100 alumnos:

Tallas cm	*Frecuencias*
[140-150)	3
[150-160)	11
[160-170)	25
[170-180)	30
[180-190)	16
[190-200)	12
[200-210)	3

Se pide:

i) Histograma y polígono de frecuencias.

ii) Calcular la desviación media y la varianza.

5. ***Junio 1990 - Cuarta cuestión, apartado a)***

Una caja contiene tres monedas. Una moneda es corriente, otra tiene dos caras y la otra está cargada de modo que la probabilidad de obtener cara es $1/3$. Se selecciona una moneda al azar y se lanza al aire. Hallar la probabilidad de que salga cara.

Solución:
Sean los sucesos M_1: "seleccionar moneda corriente", M_2: "seleccionar moneda de dos caras" y M_3: "seleccionar moneda cargada". Es claro que $P(M_1) = P(M_2) = P(M_3) = 1/3$. Llamemos también C al suceso "salir cara". Entonces tenemos las siguientes probabilidades condicionadas: $P(C/M_1) = 1/2$, $P(C/M_2) = 1$ y $P(C/M_3) = 1/3$. Así pues, por el teorema de la probabilidad total:

$$P(C) = P[(M_1 \cap C) \cup (M_2 \cap C) \cup (M_3 \cap C)] = P(M_1 \cap C) + P(M_2 \cap C) + P(M_3 \cap C) =$$

$$= P(M_1)P(C/M_1) + P(M_2)P(C/M_2) + P(M_3)P(C/M_3) =$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{11}{18} \approxeq 0{,}61.$$

6. ***Junio 1990 - Cuarta cuestión, apartado b)***

A partir de los siguientes datos referentes a horas trabajadas en un taller (X) y unidades producidas (Y) determinar la recta de regresión de Y sobre X; el coeficiente de correlación lineal e interpretarlo.

Horas de trabajo X_i	80	79	83	84	78	60	82	85	79	84	80	62
Unidades producidas Y_i	300	302	315	330	300	250	300	340	315	330	310	240

7. ***Septiembre 1990 - Primera cuestión, apartado b)***

Una urna contiene 3 bolas rojas y 7 blancas. Se saca una bola de la urna y se reemplaza por una del otro color. Se saca de la urna una segunda bola.

i) Hallar la probabilidad de que la segunda bola sea roja.

ii) Si ambas bolas son del mismo color, ¿cuál es la probabilidad de que las dos sean blancas?

Solución:
Sean R_1 y R_2 los sucesos "la primera bola es roja" y "la segunda bola es roja", respectivamente. Sean también, del mismo modo, los sucesos B_1 y B_2 "la primera bola es blanca" y "la segunda bola es blanca". Entonces:

- $P(R_1) = 3/10$ y $P(R_2/R_1) = 2/10$, pues si la primera bola fue roja se reemplaza por una blanca, luego al hacer la segunda extracción hay 2 bolas rojas y 8 blancas. Análogamente $P(B_2/R_1) = 8/10$.
- $P(B_1) = 7/10$ y $P(B_2/B_1) = 6/10$, pues si la primera bola fue blanca se reemplaza por una roja, luego al hacer la segunda extracción hay 4 bolas rojas y 6 blancas. Análogamente $P(R_2/B_1) = 4/10$.

Así pues:

i) Utilicemos el teorema de la probabilidad total:

$$P(R_2) = P[(R_2 \cap B_1) \cup (R_2 \cap R_1)] = P(R_2 \cap B_1) + P(R_2 \cap R_1) =$$

$$= P(B_1)P(R_2/B_1) + P(R_1)P(R_2/R_1) = \frac{7}{10} \cdot \frac{4}{10} + \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{10} = \frac{28}{100} + \frac{6}{100} = \frac{34}{100} = 0{,}34.$$

ii) El suceso M: "ambas bolas son del mismo color" es $M = (R_1 \cap R_2) \cup (B_1 \cap B_2)$. Hallemos su probabilidad:

$$P(M) = P[(R_1 \cap R_2) \cup (B_1 \cap B_2)] = P(R_1 \cap R_2) + P(B_1 \cap B_2) =$$

$$= P(R_1)P(R_2/R_1) + P(B_1)P(B_2/B_1) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{10} + \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{10} = \frac{6}{100} + \frac{42}{100} = \frac{48}{100} = 0{,}48.$$

Así pues, si ambas bolas son del mismo color, la probabilidad de que las dos sean blancas es:

$$P[(B_1 \cap B_2)/M] = \frac{P[(B_1 \cap B_2) \cap M]}{P(M)} = \frac{P(B_1 \cap B_2)}{P(M)} = \frac{P(B_1)P(B_2/B_1)}{P(M)} =$$

$$= \frac{(7/10)(6/10)}{48/100} = \frac{42}{48} \approxeq 0{,}875.$$

8. ***Septiembre 1990 - Segunda cuestión, apartado b)***

   Las puntuaciones obtenidas en un test de razonamiento abstracto por 20 alumnos son las siguientes:

16	22	21	20	23	22	17	15	13	22
17	18	20	17	22	16	23	21	21	18

   Hallar la media, los cuartiles, el rango y la varianza.

9. ***Septiembre 1990 - Cuarta cuestión, apartado a)***

   Durante un mes determinado, los ingresos totales (X) y los gastos de electricidad (Y) en miles de pesetas de 6 familias han sido:

Ingresos X_i	40	60	80	100	120	200
Gastos Y_i	2	3	5	9	10	19

   Se pide:

   i) Calcular e interpretar el coeficiente de correlación entre ambas variables.
   ii) Obtener la recta de regresión de Y sobre X.
   iii) Estimar el gasto en electricidad para unos ingresos de 150000 ptas mensuales.

10. ***Junio 1991 - Primera cuestión, apartado b)***

    Disponemos de un dado que tiene pintadas las caras de la siguiente forma:
    Caras 1, 2, 3, 4 de color verde.
    Cara 5 de color rojo.
    Cara 6 de color blanco.
    y de dos urnas con la siguiente composición:
    Urna I: 6 bolas con brillo, 4 sin brillo.
    Urna II: 3 bolas con brillo, 7 sin brillo.
    Lanzamos el dado y nos fijamos en el color de la cara:
    Si sale verde vamos a la urna I, si sale rojo a la urna II y si sale blanco también a la II.
    A continuación extraemos dos bolas una a una sin reemplazamiento.
    Se pide:

    i) Probabilidad de que las dos bolas tengan brillo y que sean de la urna I.
    ii) Probabilidad de que las dos bolas tengan brillo.

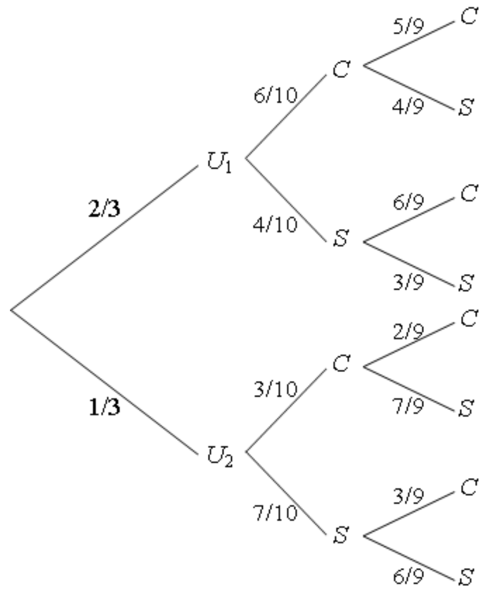
    Solución:
    Si llamamos V, R y B a los sucesos "salir cara verde", "salir cara roja" y "salir cara blanca", respectivamente, se tiene que:

$$P(V) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}, \qquad P(R) = \frac{1}{6}, \qquad P(B) = \frac{1}{6}.$$

    Llamemos también U_1 y U_2 a los sucesos "escoger la urna I" y "escoger la urna II". Entonces:

$$P(U_1) = P(V) = \frac{2}{3}, \qquad P(U_2) = P(R \cup B) = P(R) + P(B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

Llamemos por último C y S a los sucesos "sacar bola con brillo" y "sacar bola sin brillo", y observemos el siguiente diagrama:



Entonces:

i) $P(U_1 \cap C \cap C) = \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} = \frac{60}{270} = \frac{2}{9} \approxeq 0{,}222.$

ii) $P(U_1 \cap C \cap C) + P(U_2 \cap C \cap C) = \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{60}{270} + \frac{6}{270} = \frac{66}{270} \approxeq 0{,}244.$

11. ***Junio 1991 - Tercera cuestión, apartado a)***

Dada la distribución de frecuencias:

Intervalos	[0,3)	[3,6)	[6,9)	[9,12)	[12,15)	[15,18)
Frecuencias	2	7	12	13	4	3

Se pide:

i) Dibujar el histograma y polígono de frecuencias.

ii) Calcular media, moda y mediana.

12. ***Junio 1991 - Cuarta cuestión, apartado b)***

De la siguiente distribución bidimensional:

X / Y	[0,1)	[1,2)	[2,3)	[3,4)	[4,5)	[5,6)	[6,7)
[1,2)	2	2	1	–	–	–	–
[2,3)	–	1	2	4	1	1	–
[3,4)	–	–	–	–	1	2	3

Obtener:

i) Recta de regresión de Y sobre X.

ii) Coeficiente de correlación lineal e interpretar el resultado.

13. ***Septiembre 1991 - Primera cuestión, apartado b)***

Una oficina bancaria ha tabulado las cantidades de dinero que retiraron 100 clientes en un determinado día.

Ptas (en miles)	N.º de clientes
[0-20)	33
[20-40)	27
[40-60)	19
[60-80)	14
[80-100)	7

Hallar:

i) Cantidad media de dinero retirado por cada cliente y desviación típica.

ii) La mediana. Interpretar el resultado.

14. ***Septiembre 1991 - Segunda cuestión, apartado b)***

Una urna contiene cuatro bolas numeradas del 1 al 4. La probabilidad de extracción de cada una de las bolas es proporcional al número que en ellas aparece. Se extrae una sola bola y, sin devolverla a la urna, se saca una segunda bola. Se pide:

i) Hallar la constante de proporcionalidad.

ii) El conjunto de todos los resultados posibles que pueden darse.

iii) La probabilidad de que al extraer una bola, la puntuación sea n.º par.

Solución:

i) Como $1+2+3+4=10$ tomamos como constante de proporcionalidad $\dfrac{1}{10}$. Así, si llamamos B_1, B_2, B_3 y B_4 a los sucesos "extraer bola con el número 1", "extraer bola con el número 2", "extraer bola con el número 3" y "extraer bola con el número 4", respectivamente, tenemos:

$$P(B_1)=\frac{1}{10}=1\cdot\frac{1}{10}; \quad P(B_2)=\frac{2}{10}=2\cdot\frac{1}{10};$$

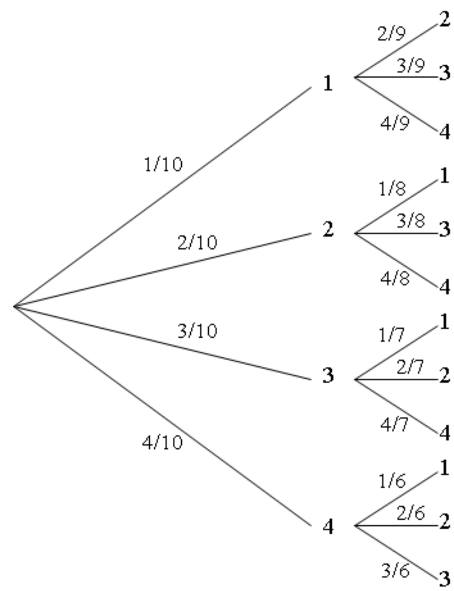
$$P(B_3)=\frac{3}{10}=3\cdot\frac{1}{10}; \quad P(B_4)=\frac{4}{10}=4\cdot\frac{1}{10}$$

ii) Lo que se pide es el espacio muestral E. Denotaremos por (i,j) al suceso "sacar el número i en la primera bola y el número j en la segunda bola". Evidentemente $i,\ j\in\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$ y además $i\neq j$ pues la segunda bola se extrae de la urna sin haber devuelto la primera. De este modo:

$$E=\{(1,2),\ (1,3),\ (1,4),\ (2,1),\ (2,3),\ (2,4),\ (3,1),\ (3,2),\ (3,4),\ (4,1),\ (4,2),\ (4,3)\}$$

iii) $P(B_2\cup B_4)=P(B_2)+P(B_4)=\dfrac{2}{10}+\dfrac{4}{10}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$.

Si lo que se pide es la probabilidad de que la segunda bola sea par y seguimos suponiendo que, en la extracción de la segunda bola, la probabilidad es proporcional al número que en ella aparece, podemos elaborar el siguiente diagrama:



Entonces la probabilidad de que la segunda bola sea par es:

$$P(1,2)+P(1,4)+P(2,4)+P(3,2)+P(3,4)+P(4,2)=$$

$$=\frac{1}{10}\cdot\frac{2}{9}+\frac{1}{10}\cdot\frac{4}{9}+\frac{2}{10}\cdot\frac{4}{8}+\frac{3}{10}\cdot\frac{2}{7}+\frac{3}{10}\cdot\frac{4}{7}+\frac{4}{10}\cdot\frac{2}{6}=$$

$$=\frac{2}{90}+\frac{4}{90}+\frac{8}{80}+\frac{6}{70}+\frac{12}{70}+\frac{8}{60}=\frac{39}{70}\approxeq 0{,}557.$$

15. ***Septiembre 1991 - Cuarta cuestión, apartado b)***

    En una competición de tiro al blanco se han anotado los aciertos de cada contendiente y se les ha preguntado a cada uno de ellos sobre el número de horas semanales de entrenamiento. Las respuestas dadas figuran en la siguiente tabla:

$X =$ Horas de entrenamiento	15	18	17	13	20	19	18	16
$Y =$ Número de aciertos	6	9	8	5	10	10	8	8

    Se pide:

    i) Recta de regresión de Y sobre X.

    ii) Representationes gráficas de la nube de puntos o diagrama de dispersion y de la recta de regresión.

16. ***Junio 1992 - Tercera cuestión, apartado a)***

    En la siguiente distribución de frecuencias:

X	(60,76]	(76,92]	(92,108]	(108,124]	(124,140]	(140,156]
Frec.	12	13	18	19	11	7

¿Cuántos valores hay en el intervalo $(\overline{x}-s, \overline{x}+s)$? ¿Qué porcentaje del total representan? ($\overline{x}$: media aritmética ; s: desviación típica)

17. ***Junio 1992 - Tercera cuestión, apartado b)***

Extraemos una carta de la baraja española. Si sale figura, extraemos una bola de la urna I; en caso contrario la extraemos de la urna II. Las urnas tienen la siguiente composición

Urna I: 4 bolas blancas; 8 bolas verdes.

Urna II: 6 bolas blancas; 3 bolas verdes; 5 bolas rojas.

Calcular las probabilidades de los siguientes sucesos:

i) La bola es verde y de la urna II.

ii) La bola es blanca.

Solución:

Llamemos F al suceso "salir figura" y U_1, U_2 a los sucesos "extraer bola de la urna I" y "extraer bola de la urna II", respectivamente. Entonces es evidente que

$$P(U_1) = P(F) = \frac{12}{40} = \frac{3}{10}, \qquad P(U_2) = P(\overline{F}) = \frac{28}{40} = \frac{7}{10}.$$

(Una baraja española tiene 3 figuras por palo, 4 palos y un total de 40 cartas). Llamemos también B, V y R a los sucesos "sacar bola blanca", "sacar bola verde" y "sacar bola roja", respectivamente. Entonces:

i) $P(U_2 \cap V) = P(U_2)P(V/U_2) = \dfrac{7}{10} \cdot \dfrac{3}{14} = \dfrac{21}{140} = \dfrac{3}{20} = 0{,}15.$

ii) $P(B) = P[(U_1 \cap B) \cup (U_2 \cap B)] = P(U_1 \cap B) + P(U_2 \cap B) =$

$$= P(U_1)P(B/U_1) + P(U_2)P(B/U_2) = \frac{3}{10} \cdot \frac{4}{12} + \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{14} = \frac{12}{120} + \frac{42}{140} = \frac{2}{5} = 0{,}4.$$

18. ***Junio 1992 - Cuarta cuestión***

Se ha solicitado a un grupo de 50 individuos información sobre el número de horas que dedica diariamente a dormir y a ver la televisión. La clasificación de las respuestas ha permitido elaborar la siguiente tabla:

N.º horas dormidas X	6	7	8	9	10
N.º horas televisión Y	4	3	3	2	1
Frec. absolutas	3	16	20	10	1

Se pide:

i) Media y mediana del número de horas dedicadas a dormir.

ii) Porcentaje de individuos que ven la televisión por encima de la media.

iii) Coeficiente de correlación lineal. Interpretación.

iv) Recta de regresión de Y sobre X.

v) Si una persona duerme 7 horas y cuarto, ¿cuánto tiempo cabe esperar que vea la televisión?

19. ***Septiembre 1992 - Tercera cuestión, apartado b)***

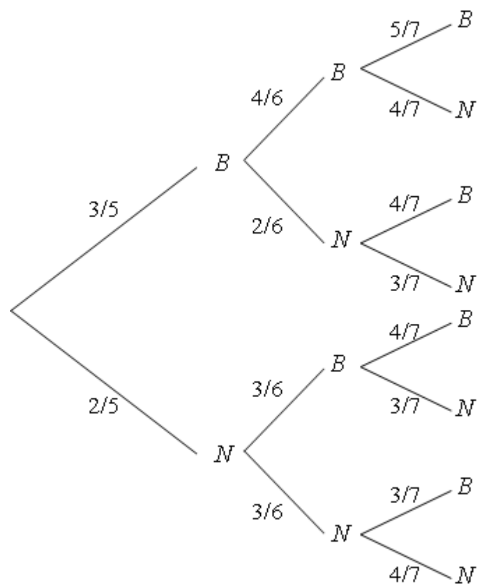
Disponemos de una urna con 3 bolas blancas y 2 negras. Extraemos una bola y la devolvemos acompañada de otra del mismo color. Realizamos este experimento varias veces hasta que la urna contenga 7 bolas. Se pide:

i) Describir mediante un diagrama en árbol las probabilidades de sacar bola blanca o negra en las diferentes extracciones.

ii) Calcular la probabilidad de que 3 bolas sean de un color y 4 de otro.

Solución:

i) Llamemos B y N a los sucesos "sacar bola blanca" y "sacar bola negra", respectivamente. Entonces:



ii) La probabilidad de que 3 bolas sean de un color y 4 de otro es la probabilidad de que las 3 sean blancas (con los cual 4 serán negras) o de que las tres sean negras (con lo que 4 serán blancas). Así pues, utilizando el diagrama:

$$P(BBB \cap NNN) = P(BBB) + P(NNN) = \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{5}{7} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{4}{7} = \frac{84}{210} = \frac{2}{5} = 0{,}4.$$

20. ***Septiembre 1992 - Cuarta cuestión***

La tabla adjunta representa los pesos y las alturas de los empleados de una fábrica:

Pesos X	73	76	73	78	80	82
Alturas Y	1,65	1,68	1,70	1,72	1,76	1,76
n.º empleados	4	3	2	5	4	2

Se pide:

i) Diagrama de dispersión o nube de puntos.

ii) Altura mediana.

iii) Coeficiente de correlación lineal. Interpretación.

iv) Recta de regresión de Y sobre X.

v) Altura estimada de un empleado de 75 Kg. de peso.

21. ***Junio 1993 - Primera cuestión, apartado b)***

Una urna contiene 5 bolas rojas y 8 verdes. Se extrae una bola y se reemplaza por 2 del otro color. A continuación se extrae una segunda bola. Se pide:

i) Probabilidad de que la segunda bola sea verde.

ii) Probabilidad de que las dos bolas extraídas sean del mismo color.

Solución:
Llamemos R_1 y V_1 a los sucesos "la primera bola extraída es roja" y "la primera bola extraída es verde", respectivamente. Llamemos, análogamente, R_2 y V_2 a los sucesos "la segunda bola extraída es roja" y "la segunda bola extraída es verde", respectivamente. Entonces, siguiendo las instrucciones del experimento tenemos:

$$P(R_1) = \frac{5}{13}, \qquad P(V_1) = \frac{8}{13};$$

$$P(R_2/R_1) = \frac{4}{14}, \qquad P(V_2/R_1) = \frac{10}{14}, \qquad P(R_2/V_1) = \frac{7}{14}, \qquad P(V_2/V_1) = \frac{7}{14}.$$

Así pues:

i) La probabilidad de que la segunda bola sea verde se obtiene aplicando el teorema de la probabilidad total:

$$P(V_2) = P[(R_1 \cap V_2) \cup (V_1 \cap V_2)] = P(R_1 \cap V_2) + P(V_1 \cap V_2) =$$

$$= P(R_1)P(V_2/R_1) + P(V_1)P(V_2/V_1) = \frac{5}{13} \cdot \frac{10}{14} + \frac{8}{13} \cdot \frac{7}{14} = \frac{106}{182} \approxeq 0{,}582.$$

ii) Probabilidad de que las dos bolas extraídas sean del mismo color:

$$P(R_1 \cap R_2) + P(V_1 \cap V_2) = P(R_1)P(R_2/R_1) + P(V_1)P(V_2/V_1) =$$

$$= \frac{5}{13} \cdot \frac{4}{14} + \frac{8}{13} \cdot \frac{7}{14} = \frac{76}{182} \approxeq 0{,}4176.$$

22. ***Junio 1993 - Segunda cuestión, apartado b)***

Se ha aplicado un test a los empleados de una fábrica obteniéndose la siguiente tabla:

x	(38,44]	(44,50]	(50,56]	(56,62]	(62,68]	(68,74]	(74,80]
N.º trabajadores	7	8	15	25	18	9	6

Se pide:

i) Histograma y polígono de frecuencias absolutas acumuladas.

ii) Calcular la mediana y la moda.

23. ***Junio 1993 - Tercera cuestión, apartado a)***

En un determinado juego se gana cuando al lanzar dos dados se obtiene suma de puntos 10, o más. Un jugador tira en 12 ocasiones los dos dados. Se pide:

i) Probabilidad de que gane exactamente en tres ocasiones.

ii) Probabilidad de que pierda las 12 veces que juega.

Solución:
El espacio muestral del experimento "lanzar dos dados" está formado por 36 posibilidades de las cuales, solamente 4 dan la posibilidad de ganar: $G = \{(5,5), (5,6), (6,5), (6,6)\}$.
Por tanto:

$$P(G) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}, \qquad P(\overline{G}) = \frac{8}{9}.$$

Además, ganar en una ocasión no depende para nada de que se gane o no se gane en otra ocasión. Así pues nos encontramos con variable X que sigue una distribución binomial con $n = 12$, $p = \dfrac{1}{9}$ y $q = 1 - p = \dfrac{8}{9}$.

i) Probabilidad de que gane exactamente en tres ocasiones:

$$P(X = 3) = \binom{10}{3} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^3 \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^7 \approxeq 0{,}07217.$$

ii) Probabilidad de que pierda las 12 veces que juega. Es igual que calcular la probabilidad de que no gane ninguna:

$$P(X = 0) = \binom{10}{0} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^0 \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^{10} = \left(\frac{8}{9}\right)^{10} \approxeq 0{,}3079.$$

24. ***Junio 1993 - Tercera cuestión, apartado b)***

Se ha observado una variable estadística bidimensional y se ha obtenido la siguiente tabla:

Y \ X	100	50	25
14	1	1	–
18	2	3	–
22	–	1	2

Se pide:

i) Calcular la covarianza.

ii) Obtener e interpretar el coeficiente de correlación lineal.

iii) Ecuación de la recta de regresión de Y sobre X.

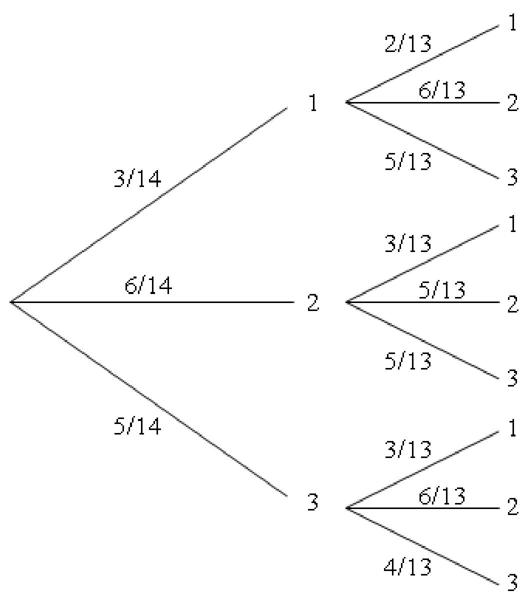
25. ***Septiembre 1993 - Primera cuestión, apartado b)***

Una urna tiene 3 bolas con el número uno, 6 bolas con el número dos y 5 bolas con el tres. Se extraen dos bolas una a una sin reemplazamiento. Se pide:

i) Probabilidad de que la segunda bola tenga número impar.

ii) Probabilidad de que las dos bolas tengan números pares.

Solución:
Construyamos un diagrama representativo del experimento:



Entonces:

i) Probabilidad de que la segunda bola tenga número impar:

$$P(\text{“segunda bola impar”}) = P(1,1) + P(1,3) + P(2,1) + P(2,3) + P(3,1) + P(3,3) =$$

$$= \frac{3}{14} \cdot \frac{2}{13} + \frac{3}{14} \cdot \frac{5}{13} + \frac{6}{14} \cdot \frac{3}{13} + \frac{6}{14} \cdot \frac{5}{13} + \frac{5}{14} \cdot \frac{3}{13} + \frac{5}{14} \cdot \frac{3}{13} =$$

$$= \frac{6}{182} + \frac{15}{182} + \frac{18}{182} + \frac{30}{182} + \frac{15}{182} + \frac{15}{182} = \frac{99}{182} \approxeq 0{,}544.$$

ii) Probabilidad de que las dos bolas tengan números pares:

$$P(\text{“dos bolas tengan números pares”}) = P(2,2) = \frac{6}{14} \cdot \frac{5}{13} = \frac{30}{182} \approxeq 0{,}1648.$$

26. ***Septiembre 1993 - Segunda cuestión, apartado b)***

Las cifras dadas en la tabla adjunta corresponden a miligramos de hidroxiprolina absorbidos por 1 gramo de masa intestinal analizados en distintos pacientes

mg. hidroxiprolina	77,3	61,2	82,4	75,9	61	70,2	65	80
Núm. pacientes	3	10	15	13	8	5	2	0

Si la media de hidroxiprolina en mg. se considera representativa cuando el coeficiente de variación está comprendido entre 0 y 1, ¿será efectivamente $\overline{x}$ representativa?

27. ***Septiembre 1993 - Cuarta cuestión, apartado a)***

El departamento de personal de una empresa encargó un estudio para conocer la posible relación entre la edad y el absentismo de los trabajadores. Los datos obtenidos se reflejan en la siguiente tabla:

Absentismo: y / Edad: x	[0,5)	[5,10)	[10,15)	[15,20)
[15,25)	–	3	7	1
[25,35)	–	6	2	–
[35,45)	1	3	2	–
[45,55)	2	5	1	–
[55,65)	3	2	–	1

Se pide:

i) Obtener el diagrama de dispersión (o nube de puntos).

ii) Calcular el coeficiente de correlación lineal e interpretarlo.

iii) Obtener la ecuación de la recta de regresión de y sobre x. ¿Las estimaciones realizadas con esta recta son significativas?

28. ***Septiembre 1993 - Cuarta cuestión, apartado b)***

En el año 1992 el 25 % de la población de Castilla-La Mancha era menor de 15 años. Si en aquel momento se hubieran elegido 10 personas al azar, calcular:

i) ¿Cuál es la probabilidad de que 8 exactamente fuesen mayores de 15 años?

ii) Entre las 10 personas elegidas ¿cuál es el valor esperado de personas con menos de 15 años?

Solución:

Si llamamos éxito al suceso "ser mayor de 15 años", se tiene que la variable X se distribuye según una distribución binomial $B(10,\ 0{,}75)$ (si el 25 % son menores de 15 años, el 75 % serán mayores de 15 años). Entonces:

i) La probabilidad de que 8 exactamente fuesen mayores de 15 años es:

$$P(X=8)=\binom{10}{8}\cdot 0{,}75^8\cdot 0{,}25^2\approxeq 0{,}2816.$$

ii) Si ahora llamamos éxito a "ser menor de 15 años", la binomial es $B(10,\ 0{,}25)$. La esperanza de una binomial viene dada por la expresión $E(X)=np$. Entonces, el valor esperado de personas con 15 años es: $E(X)=10\cdot 0{,}25=2{,}5$.

29. ***Junio 1994 - Cuestión 1, apartado b)***

Un especialista en pediatría obtuvo la siguiente tabla sobre los meses de edad de 50 niños de su consulta en el momento de andar por primera vez:

Meses	9	10	11	12	13	14	15
Niños	1	4	9	16	11	8	1

Dibujar el polígono de frecuencias. Calcular el intervalo mediano, la moda y la varianza.

30. ***Junio 1994 - Cuestión 2, apartado b)***

Tenemos dos urnas como sigue:

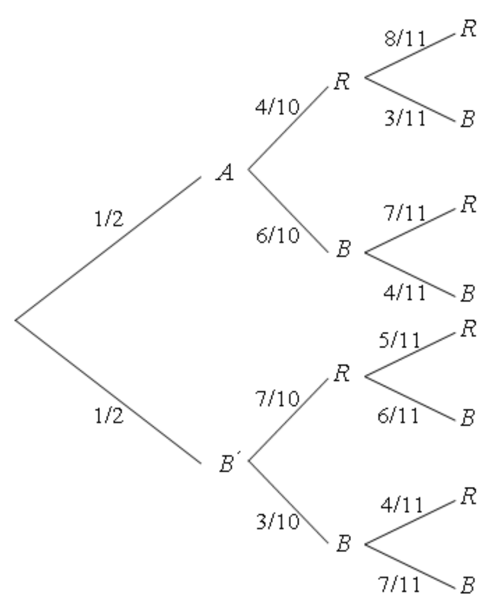
A: 4 bolas rojas y 6 blancas

B: 7 bolas rojas y 3 blancas

Se selecciona al azar una urna, se extrae una bola y se coloca en la otra urna. A continuación se extrae una bola de la segunda urna. Calcular la probabilidad de que las dos bolas extraídas sean del mismo color.

Solución:

Veamos en un diagrama como quedaría la situación con todas las posibilidades asociadas a este experimento aleatorio. Llamemos A al suceso "seleccionar la urna A" y B' al suceso "seleccionar la urna B". Llamaremos también R al suceso "salir bola roja" y C al suceso "salir bola blanca". Obsérvese atentamente cómo cambia el contenido de las bolas de la segunda urna elegida en la última ramificación del árbol.



Entonces, la probabilidad de que las dos bolas extraídas sean del mismo color es:

$$P(ARR) + P(ABB) + P(B'RR) + P(B'BB) =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{10} \cdot \frac{8}{11} + \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{11} + \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{5}{11} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{11} =$$

$$= \frac{32}{220} + \frac{24}{220} + \frac{35}{220} + \frac{21}{220} = \frac{112}{220} \approxeq 0{,}509.$$

El suceso, por ejemplo, ARR, tiene el siguiente significado: elegir urna A y a continuación sacar una bola roja de la misma y a continuación sacar también una bola roja de la otra urna, la B. Todos los demás que aparecen en la solución han de interpretarse de manera análoga.

31. ***Junio 1994 - Cuestión, 3 apartado b)***

La opinión que tiene la población sobre la gestión de su Ayuntamiento es favorable en el 30 % de los casos, y desfavorable en el resto. Elegidas 10 personas al azar, hallar:

i) La probabilidad de que exactamente dos la consideren favorable.

ii) La probabilidad de que ninguno la considere desfavorable.

Solución:
Se trata de una distribución binomial donde el éxito es "tener opinión favorable de la gestión del Ayuntamiento", con $p = 0{,}3$ y $n = 10$. Así pues:

i) La probabilidad de que exactamente dos personas de las 10 consideren la gestión favorable es:
$$P(X = 2) = \binom{10}{2} \cdot 0{,}3^2 \cdot 0{,}7^8 \approxeq 0{,}2335.$$

ii) La probabilidad de que ninguno la considere desfavorable coincide con la probabilidad de que todos la consideren favorable:
$$P(X = 10) = \binom{10}{10} \cdot 0{,}3^{10} \cdot 0{,}7^0 = 0{,}3^{10} \approxeq 0{,}000005904.$$

32. ***Junio 1994 - Cuestión 4, apartado b)***

El n.º de horas dedicadas al estudio de una asignatura y la calificación obtenida en el examen correspondiente de ocho personas es:

X: Horas de estudio	20	16	34	23	27	32	18	22
Y: Calificación examen	6,5	6,0	8,5	7,0	9,0	9,5	7,5	8,0

Se pide:

i) Recta de regresión de Y sobre X.

ii) Calificación estimada para una persona que hubiese estudiado 28 horas.

33. ***Septiembre 1994 - Cuestión 1, apartado b)***

Una oficina bancaria ha tabulado las cantidades de dinero que retiran de sus cuentas 100 clientes en un determinado día:

Pts (en miles)	[0,20)	[20,40)	[40,60)	[60,80)	[80,100)
n.º clientes	33	27	19	14	7

Hallar:

i) Cantidad media de dinero retirada por cliente.

ii) ¿Qué porcentaje de clientes retiraron fondos por encima de la mediana?

34. ***Septiembre 1994 - Cuestión, 2 apartado b)***

En una bolsa hay 5 bolas con el n.º 1, 4 bolas con el n.º 2, y 6 bolas con el n.º 3. Se extraen dos bolas una a una sin reemplazamiento. Se pide:

i) Probabilidad de que la segunda bola tenga n.º impar.

ii) Probabilidad de que las dos bolas tengan números pares.

Solución:

Llamaremos genéricamente i, j al suceso "en la primera bola ha salido el número i y en la segunda bola el número j" donde $i,\ j \in \{1,\ 2,\ 3\}$. Entonces se tiene:

i) Probabilidad de que la segunda bola tenga n.º impar:

$$P(1,1)+P(1,3)+P(2,1)+P(2,3)+P(3,1)+P(3,3)=$$
$$=\frac{5}{15}\cdot\frac{4}{14}+\frac{5}{15}\cdot\frac{6}{14}+\frac{4}{15}\cdot\frac{5}{14}+\frac{4}{15}\cdot\frac{6}{14}+\frac{6}{15}\cdot\frac{5}{14}+\frac{6}{15}\cdot\frac{3}{14}=$$
$$=\frac{20}{210}+\frac{30}{210}+\frac{20}{210}+\frac{24}{210}+\frac{30}{210}+\frac{18}{210}=\frac{142}{210}\approxeq 0{,}6762.$$

ii) Para la probabilidad de que las dos bolas tengan números pares, la primera bola no puede ser ni 1 ni 3. Entonces:

$$P(2,2)=\frac{4}{15}\cdot\frac{3}{14}=\frac{12}{210}\approxeq 0{,}057.$$

35. ***Septiembre 1994 - Cuestión, 3 apartado b)***

La probabilidad de que un hombre acierte en el blanco es $1/4$. Si dispara 10 veces, ¿cuál es la probabilidad de que acierte exactamente en tres ocasiones? ¿Cuál es la probabilidad de que acierte por lo menos en una ocasión?

Solución:

Llamemos éxito a "dar en el blanco". Entonces la variable X = "número de éxitos", se distribuye según una binomial $B\left(10,\ \frac{1}{4}\right)$.

La probabilidad de que acierte exactamente en tres ocasiones es:

$$P(X=3)=\binom{10}{3}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^3\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^7\approxeq 0{,}2503.$$

Y la probabilidad de que acierte por lo menos en una ocasión es:

$$P(X\geqslant 1)=1-P(X<1)=1-P(X=0)=$$
$$=1-\binom{10}{0}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^0\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^{10}=1-\left(\frac{3}{4}\right)^{10}\approxeq 0{,}9437.$$

36. ***Septiembre 1994 - Cuestión 4, apartado b)***

Una persona rellena semanalmente una quiniela y un boleto de lotería primitiva, anotando el n.º de aciertos que tiene. Durante las 4 semanas del mes de febrero,los aciertos fueron:

Semana	1.ª	2.ª	3.ª	4.ª
Aciertos en la Quiniela	6	8	6	8
Aciertos en la Primitiva	1	2	2	1

Obtener el coeficiente de correlación e interpretarlo. ¿Ofrecerían confianza las predicciones hechas con las rectas de regresión?

37. ***Junio 1995 - Cuestión 1, apartado b)***

En un grupo de alumnos se ha efectuado un test de habilidad mental obteniéndose:

Puntuaciones	[12,23)	[23,34)	[34,45)	[45,56)	[56,67)	[67,78)
N.º de alumnos	12	27	24	36	15	12

Se pide:

i) Porcentaje de alumnos con una puntuación que pertenezca al intervalo $(\bar{x}-s, \bar{x}+s)$.

ii) Calcular la mediana.

Nota: s: desviación típica.

38. ***Junio 1995 - Cuestión 2, apartado b)***

En una caja hay 10 dados (con las caras numeradas del 1 al 6), de los cuales 3 son azules, 5 blancos y 2 verdes. Se extrae un dado y se lanza al aire. Calcular la probabilidad de obtener un número mayor que dos en un dado blanco.

Solución:

Llamemos A, B y V a los sucesos "extraer dado azul", "extraer dado blanco" y "extraer dado verde", respectivamente. Entonces:

$$P(A) = \frac{3}{10}, \qquad P(B) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}, \qquad P(V) = \frac{2}{10}.$$

El suceso "obtener un número mayor que dos en un dado blanco" es la unión de los sucesos $B \cap 3$: "obtener 3 en dado blanco", $B \cap 4$: "obtener 4 en dado blanco", $B \cap 5$: "obtener 5 en dado blanco" y $B \cap 6$: "obtener 6 en dado blanco". Entonces la probabilidad del suceso que se pide es:

$$P(B \cap 3) + P(B \cap 4) + P(B \cap 5) + P(B \cap 6) =$$

$$= P(B)P(3/B) + P(B)P(4/B) + P(B)P(5/B) + P(B)P(6/B) =$$
$$= P(B)\left(P(3/B) + P(4/B) + P(5/B) + P(6/B)\right) =$$
$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{6} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}.$$

Obsérvese que en este ejercicio se ha utilizado la fórmula de la probabilidad condicionada para hallar la probabilidad de la intersección:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(A/B)P(B).$$

$$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} \Rightarrow P(B \cap A) = P(B/A)P(A).$$

Por tanto se puede utilizar la fórmula que convenga de entre las dos siguientes:

$$P(A \cap B) = \begin{cases} P(A/B)P(B) \\ P(B/A)P(A) \end{cases}.$$

39. ***Junio 1995 - Cuestión 3, apartado b)***

En la consulta de un logopeda se estima que el 10 % de los clientes es de clase social media. Si un determinado día atiende a 25 personas, calcular la probabilidad de que:

i) Alguna sea de clase media.
ii) Al menos 23 personas no sean de clase media.

Solución:
Podemos suponer que la variable aleatoria X: "número de éxitos", donde éxito es "ser de clase social media", se distribuye según una distribución binomial con $n = 25$ y $p = 0{,}1$. Por tanto:

i) La probabilidad de que alguna persona sea de clase media es:

$$P(X \geqslant 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \binom{25}{0} \cdot 0{,}1^0 \cdot 0{,}9^{25} = 0{,}9^{25} \approxeq 0{,}0718.$$

ii) Que al menos 23 personas no sean de clase media es equivalente a que menos de 23 sean de clase media. Por tanto:

$$P(X < 23) = 1 - P(X \geqslant 23) = 1 - [P(X = 23) + P(X = 24) + P(X = 25)] \qquad (1)$$

Calculemos separadamente las probabilidades $P(X = 23)$, $P(X = 24)$ y $P(X = 25)$.

$$P(X = 23) = \binom{25}{23} \cdot 0{,}1^{23} \cdot 0{,}9^2 = 2{,}43 \cdot 10^{-21}.$$

$$P(X = 24) = \binom{25}{24} \cdot 0{,}1^{24} \cdot 0{,}9^1 = 2{,}25 \cdot 10^{-23}.$$

$$P(X = 25) = \binom{25}{25} \cdot 0{,}1^{25} \cdot 0{,}9^0 = 0{,}1^{25} = 10^{-25}.$$

Así pues:

$$P(X = 23) + P(X = 24) + P(X = 25) = 2{,}43 \cdot 10^{-21} + 2{,}25 \cdot 10^{-23} + 10^{-25} \approxeq 2{,}45 \cdot 10^{-21}$$

Finalmente, sustituyendo el valor anterior en (1):

$$P(X < 23) = 1 - P(X \geqslant 23) = 1 - 2{,}45 \cdot 10^{-21} \approxeq 1.$$

Obsérvese que es prácticamente seguro que al menos 23 pacientes no sean de clase social media. Esto era de esperar pues si el 10 % de los pacientes son de clase social media, el 90 % de los pacientes que asisten al logopeda no lo son.

40. ***Junio 1995 - Cuestión 4, apartado b)***

Una variable estadística bidimensional tiene la siguiente distribución:

X	3	4	4	5	5	6	7	7	9	9	10	11
Y	12	10	13	11	9	10	7	12	8	7	3	6

Se pide:

i) Covarianza.
ii) Coeficiente de correlación lineal e interpretarlo.

41. ***Septiembre 1995 - Cuestión 1, apartado b)***

En unos almacenes se ha tabulado el n.º de prendas vendidas de un determinado artículo, obteniéndose:

Talla	20	21	22	23	24	25	26	27	28
Vendidos	12	24	47	61	48	40	30	22	12

Se pide:
Mediana. Media. Desviación típica.

42. ***Septiembre 1995 - Cuestión 2, apartado b)***

Se considera el experimento "lanzar una moneda al aire 3 veces". Se pide:

i) Espacio muestral.
ii) Si la probabilidad de cara es $1/4$, calcular la probabilidad de que en los 3 lanzamientos se haya obtenido alguna cara.

Solución:
Llamemos C al suceso "salir cara" y X al suceso "salir cruz". Entonces:

i) $E = \{CCC, CCX, CXC, XCC, CXX, XCX, XXC, XXX\}$
Cualquier suceso del espacio muestral E, por ejemplo CXC, debe interpretarse de la siguiente manera: en el primer lanzamiento ha salido cara, en el segundo cruz y en el tercero cara.

ii) El suceso "en los 3 lanzamientos se haya obtenido alguna cara" es el contrario del suceso "no salir ninguna cruz". Además, como $P(C) = 1/4 \Rightarrow P(X) = 3/4$. Así pues:

$$P(\text{“en los 3 lanzamientos se haya obtenido alguna cara”}) = P\left(\overline{XXX}\right) =$$

$$= 1 - P(XXX) = 1 - P(X)P(X)P(X) = 1 - \frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4} = 1 - \frac{27}{64} = \frac{37}{64} = 0{,}578125.$$

Obsérvese que $P(XXX) = P(X)P(X)P(X)$, pues los sucesos "salir cruz en la primera tirada", "salir cruz en la segunda tirada" y "salir cruz en la tercera tirada" son independientes (lo que se obtenga en una tirada no tiene nada que ver, en principio, con lo que el resultado obtenido en la tirada anterior, ni debe influir para nada en lo que se obtenga en la tirada siguiente).

43. ***Septiembre 1995 - Cuestión 3, apartado b)***

En un juego se gana si al lanzar un dado 2 veces la suma es 7. Si jugamos en 20 ocasiones, calcular la probabilidad de que:

i) Ganemos alguna vez.
ii) Exactamente perdamos 2 jugadas.

Solución:
Consideremos éxito al suceso "la suma de los dados es 7".
Por un lado, los casos posibles al lanzar dos dados son 36:

$$\begin{array}{lllllll}\{ & (1,1), & (1,2), & (1,3), & (1,4), & (1,5), & (1,6), \\ & (2,1), & (2,2), & (2,3), & (2,4), & (2,5), & (2,6), \\ & (3,1), & (3,2), & (3,3), & (3,4), & (3,5), & (3,6), \\ & (4,1), & (4,2), & (4,3), & (4,4), & (4,5), & (4,6), \\ & (5,1), & (5,2), & (5,3), & (5,4), & (5,5), & (5,6), \\ & (6,1), & (6,2), & (6,3), & (6,4), & (6,5), & (6,6) \quad \}\end{array}$$

Por otro, los casos favorables para tener éxito son 6:

$$\{(1,6),\ (6,1),\ (2,5),\ (5,2),\ (3,4),\ (4,3)\}$$

Por tanto, aplicando la regla de Laplace: $p = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.
Así pues la variable aleatoria $X =$ "número de éxitos" se distribuye según una binomial $B\left(20,\ \frac{1}{6}\right)$. De este modo:

i) La probabilidad de que ganemos alguna vez será:

$$P(X \geqslant 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \binom{20}{0} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^0 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{20} =$$

$$= 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{20} \approxeq 1 - 0{,}026084 \approxeq 0{,}973916.$$

ii) La probabilidad de que perdamos exactamente 2 jugadas es la misma que la de que ganemos exactamente 18:

$$P(X = 18) = \binom{20}{18} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{18} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 \approxeq 1{,}299 \cdot 10^{-12}.$$

44. ***Septiembre 1995 - Cuestión 4, apartado b)***

De la siguiente variable estadística bidimensional:

X	1	2	3	4	5	6	7	8
Y	6	2	6	10	12	8	12	10

Se pide:

i) Covarianza y coeficiente de correlación lineal.

ii) Recta de regresión de Y sobre X.

45. ***Convocatoria desconocida - Cuestión 1, apartado b)***

Las puntuaciones obtenidas por un grupo de alumnos en un test de inteligencia han sido:

Puntuaciones	$[5,10)$	$[10,15)$	$[15,20)$	$[20,25)$	$[25,30)$
N.º de alumnos	6	12	26	14	4

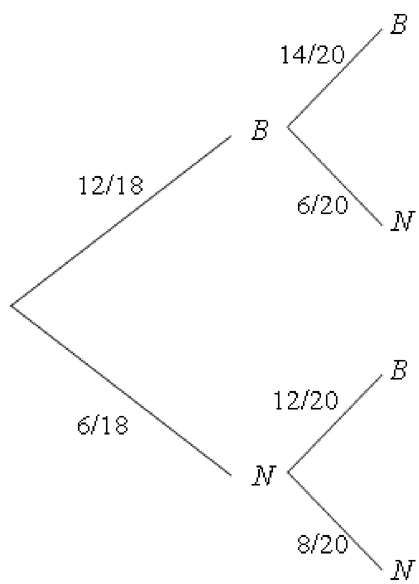
Se pide:
Moda. Mediana. Desviación típica.

46. ***Convocatoria desconocida - Cuestión 2, apartado b)***

Una urna tiene 12 bolas blancas y 6 negras. Se extrae una bola y se devuelve acompañada de 2 bolas del mismo color que la extraída. A continuación se extrae una segunda bola. Se pide:

i) Probabilidad de que las dos bolas extraídas sean del mismo color.
ii) Probabilidad de que la segunda bola sea blanca.

Solución:
Construyamos un diagrama asociado al experimento aleatorio. Obsérvese que al efectuar la segunda extracción hay 14 bolas blancas y 6 negras si la bola extraída en primer lugar fue blanca, y 12 blancas y 8 negras si la primera bola extraída fue negra. Hemos llamado B y N a los sucesos "la bola extraída es blanca" y "la bola extraída es negra", respectivamente.



Entonces:

i) Probabilidad de que las dos bolas extraídas sean del mismo color:

$$P(BB \cup NN) = P(BB) + P(NN) = P(B)P(B/B) + P(N)P(N/N) =$$
$$= \frac{12}{18} \cdot \frac{14}{20} + \frac{6}{18} \cdot \frac{8}{20} = \frac{168}{360} + \frac{48}{360} = \frac{216}{360} = 0{,}6.$$

ii) Probabilidad de que la segunda bola sea blanca:

$$P(BB \cup NB) = P(BB) + P(NB) = P(B)P(B/B) + P(N)P(B/N) =$$
$$= \frac{12}{18} \cdot \frac{14}{20} + \frac{6}{18} \cdot \frac{12}{20} = \frac{168}{360} + \frac{72}{360} = \frac{240}{360} \approxeq 0{,}67.$$

47. ***Convocatoria desconocida - Cuestión 3, apartado b)***

Una moneda tiene posibilidad de cara 1/4. Si la lanzamos 20 veces, calcular la probabilidad de que exactamente en 5 ocasiones salga cruz.

Solución:

Llamemos éxito a "salir cruz". Entonces el número de éxitos, X, se distribuye según una binomial con $n = 20$ y $p = 1/4$: $B(n,\ 1/4)$.

La probabilidad de que exactamente en 5 ocasiones salga cruz es:

$$P(X = 5) = \binom{20}{5} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{15} \approxeq 0{,}20233.$$

48. ***Convocatoria desconocida - Cuestión 4, apartado b)***

Una variable estadística bidimensional tiene la siguiente distribución:

X	2	3	4	5	6
Y	8	4	10	8	12

Se pide:

i) Covarianza y coeficiente de correlación lineal.

ii) Recta de regresión de Y sobre X.

49. ***Convocatoria desconocida - Cuestión 1, apartado b)***

En un test de simpatía aplicado a un grupo de alumnos se han obtenido los siguientes resultados:

Puntuaciones	$[15,20)$	$[20,25)$	$[25,30)$	$[30,35)$	$[35,40)$	$[40,45)$	$[45,50)$
N.º de alumnos	2	10	18	8	8	3	1

Se pide:

i) Porcentaje de alumnos con simpatía menor a la media.

ii) Calcular la mediana y la desviación típica.

50. ***Convocatoria desconocida - Cuestión 2, apartado b)***

Lanzamos 2 dados. Si la suma es 9 ó más extraemos una bola de la urna A, en caso contrario la extraemos de la B. La composición de las urnas es:

Urna A: 6 bolas con blancas, 2 verdes y 4 azules.

Urna B: 3 bolas blancas y 7 azules.

Se pide:

i) Probabilidad de que la bola sea blanca y de la urna A.

ii) Probabilidad de que la bola sea azul.

Solución:

En el ejercicio 43 (Septiembre 1995 - Cuestión 3, apartado b)), se vio el espacio muestral correspondiente al experimento "lanzar dos dados". Que la suma sea 9 ó más se da en 10 casos:

$$S = \{(3,\ 6),\ (6,\ 3),\ (4,\ 5),\ (5,\ 4),\ (4,\ 6),\ (6,\ 4),\ (5,\ 5),\ (5,\ 6),\ (6,\ 5),\ (6,\ 6)\}$$

Así, la probabilidad de elegir la urna A coincidirá con la probabilidad de S y la de elegir la urna B con la del suceso contrario de S:

$$P(\text{“elegir urna A”}) = P(S) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}, \qquad P(\text{“elegir urna B”}) = P\left(\overline{S}\right) = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}$$

Además, si llamamos B, V y A a los sucesos “extraer bola blanca”, “extraer bola verde” y “extraer bola azul”, respectivamente, tenemos las siguientes probabilidades condicionadas:

Si la urna elegida es la A:

$$P(B/S) = \frac{6}{12}, \quad P(V/S) = \frac{2}{12}, \quad P(A/S) = \frac{4}{12}.$$

Si la urna elegida es la B:

$$P(B/\overline{S}) = \frac{3}{10}, \quad P(A/\overline{S}) = \frac{7}{10}$$

Entonces:

i) Probabilidad de que la bola sea blanca y de la urna A:

$$P(S \cap B) = P(S)P(B/S) = \frac{5}{18} \cdot \frac{6}{12} = \frac{30}{216} \approxeq 0{,}1389.$$

ii) Probabilidad de que la bola sea azul:

$$P(A) = P[(S \cap A) \cup (\overline{S} \cap A)] = P(S \cap A) + P(\overline{S} \cap A) =$$

$$= P(S)P(A/S) + P(\overline{S})P(A/\overline{S}) = \frac{5}{18} \cdot \frac{4}{12} + \frac{13}{18} \cdot \frac{7}{10} = \frac{20}{216} + \frac{91}{180} \approxeq 0{,}59815.$$

51. ***Convocatoria desconocida - Cuestión 3, apartado b)***

Un dado tiene pintadas 4 caras blancas y 2 verdes. Si lo lanzamos 20 veces, calcular la probabilidad de que:

i) Exactamente 2 veces aparezca la cara blanca.

ii) Alguna vez salga cara verde.

Solución:

Se trata de una distribución binomial $B(20,\ 4/6) = B(20,\ 2/3)$, donde se considera éxito al suceso “salir la cara blanca”. Entonces:

i) La probabilidad de que exactamente 2 veces aparezca la cara blanca es:

$$P(X = 2) = \binom{20}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{18} \approxeq 2{,}17966 \cdot 10^{-7}.$$

ii) Que alguna vez salga cara verde es lo contrario de que todas las caras sean blancas. Entonces:

$$P(\text{“alguna cara verde”}) = 1 - P(X = 20) = 1 - \binom{20}{20} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{20} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{0} =$$

$$= 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{20} \approxeq 1 - 3{,}0073 \cdot 10^{-4} = 0{,}9997.$$

52. ***Convocatoria desconocida - Cuestión 4, apartado b)***

Dada la siguiente variable estadística bidimensional:

X: n.º de horas	0	1	2	3	4	5
Y: n.º de hormonas	15	23	27	38	60	63

Se pide:

i) Covarianza y coeficiente de correlación lineal.

ii) Recta de regresión de Y sobre X.

53. ***Convocatoria desconocida - Cuestión 1, apartado b)***

En un hospital se ha tabulado el peso de los niños nacidos durante un determinado período de tiempo, obteniéndose:

Peso, Kg	$[2{,}5,\ 3)$	$[3,\ 3{,}5)$	$[3{,}5,\ 4)$	$[4,\ 4{,}5)$
N.º de niños	12	44	26	18

Se pide:

i) Peso medio de los recién nacidos y porcentaje de niños con peso inferior al medio.

ii) Obtener el cuartil segundo y la varianza.

54. ***Convocatoria desconocida - Cuestión 2, apartado b)***

En una caja hay 5 monedas de las cuales 3 son normales, una tiene dos caras y otra tiene probabilidad de cara $1/4$. Se elige una moneda de la caja y a continuación se lanza al aire. Calcular la probabilidad de que salga cara.

Solución:

Llamemos N al suceso "extraer moneda normal", R al suceso "extraer moneda que tiene dos caras" y M al suceso "extraer moneda cuya probabilidad de cara es $1/4$". Llamemos también C al suceso "salir cara al lanzar una moneda". Entonces, por el teorema de la probabilidad total:

$$P(C) = P[(N\cap C)\cup(R\cap C)\cup(M\cap C)] = P(N\cap C) + P(R\cap C) + P(M\cap C)] =$$

$$= P(N)P(C/N) + P(R)P(C/R) + P(M)P(C/M) = \frac{3}{5}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\cdot 1 + \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{4} =$$

$$= \frac{3}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{20} = \frac{11}{20} = 0{,}55.$$

55. ***Convocatoria desconocida - Cuestión 3, apartado b)***

Un test consta de 20 preguntas. Cada pregunta tiene 4 posibles respuestas de las cuales sólo una es verdad. Si respondemos al azar, calcular la probabilidad de que:

i) Acertemos exactamente 10 preguntas.

ii) No acertemos ninguna pregunta.

Solución:
Si consideramos éxito a acertar una pregunta, la probabilidad de éxito es $p = 1/4$. Por tanto la variable X, número de éxitos, se distribuye según una binomial $B(20,\ 1/4)$. Entonces:

i) La probabilidad de acertar exactamente 10 preguntas es:

$$P(X = 10) = \binom{20}{10} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{10} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{10} \approxeq 0{,}009922.$$

ii) Probabilidad de no acertar ninguna pregunta:

$$P(X = 0) = \binom{20}{0} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{0} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{20} = \left(\frac{3}{4}\right)^{20} \approxeq 0{,}003171.$$

56. ***Convocatoria desconocida - Cuestión 4, apartado b)***

Una variable estadística bidimensional tiene por distribución:

X	1	3	2	5	4	6	5	6	7	9	9
Y	2	3	5	4	5	7	6	7	8	9	10

Se pide:

i) Covarianza y coeficiente de correlación lineal.

ii) Recta de regresión de Y sobre X.

2.2. Ejercicios propuestos de Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II

1. ***Junio 1997 - Bloque 2, apartado B)***

El estudio de una muestra aleatoria de 100 jóvenes que se presentan a una prueba para un puesto de trabajo, en el ayuntamiento de una gran ciudad, revela que la media de edad es 20,2 años. Sabiendo que la variable estudiada se distribuye normalmente en la población con desviación típica 10. ¿Podemos aceptar con un 95 % de confianza el valor de 22 años como media de edad de todos los que concurren a la prueba? ¿Cuál debería de ser el tamaño de la muestra para que el intervalo de confianza de la media fuera $20{,}2 \pm 1{,}78$ con el mismo nivel de significación?
Solución:
El tamaño de la muestra es $n = 100$ y la media de esta muestra es $\overline{x} = 20{,}2$. Además la desviación típica es $\sigma = 10$.
Calculemos el valor de $z_{\alpha/2}$ para un nivel de confianza del 95 %:

$$1 - \alpha = 0{,}95 \Rightarrow \alpha = 0{,}05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0{,}025 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0{,}975$$

Por tanto, el valor de la distribución normal tipificada, $N(0,\ 1)$, que deja a su izquierda una probabilidad $1 - \dfrac{\alpha}{2} = 0{,}975$, es $z_{\alpha/2} = 1{,}96$.

El intervalo de confianza para la media, $\left(\overline{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \overline{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$, es:

$$\left(20{,}2 - 1{,}96 \cdot \frac{10}{\sqrt{100}},\ 20{,}2 + 1{,}96 \cdot \frac{10}{\sqrt{100}}\right) = (18{,}24,\ 22,16)$$

Como el valor 22 años pertenece al intervalo anterior, podemos aceptar esta edad, con un 95 % de confianza, como media de edad de todos los que concurren a la prueba.
Si el intervalo de confianza de la media fuera $20,2 \pm 1,78$, el error máximo admisible

$$E = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

sería igual a $1,78$. Por tanto, con el mismo nivel de significación:

$$E = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Leftrightarrow 1{,}78 = 1{,}96 \frac{10}{\sqrt{n}} \Leftrightarrow \sqrt{n} = 1{,}96 \frac{10}{1{,}78} \Leftrightarrow \sqrt{n} \approxeq 11{,}011 \Leftrightarrow n \approxeq 121{,}247$$

Así pues, el tamaño de la muestra debería de ser igual a 122 para asegurar que el intervalo de confianza fuera $20,2 \pm 1,78$, con el mismo nivel de significación.

2. ***Junio 1997 - Bloque 4, apartado A)***

Un fabricante de juguetes electrónicos garantiza una duración media de 100 horas en sus productos. Para efectuar un control de calidad sobre un lote de juguetes de un mismo modelo recientemente fabricado, se estudia la duración de una muestra de 36 juguetes, obteniéndose una media de 97 horas (la variable estudiada se distribuye normalmente con una desviación típica igual a 10). Con una confianza del 95 %, ¿debemos rechazar la producción por no cumplir con la duración garantizada? ¿Debemos rechazar la producción si deseamos una confianza del 99 %? ¿Y si la muestra que elegimos es de 50 juguetes y la confianza del 95 %?

Solución:

Sabemos del ejercicio anterior que, para una confianza del 95 %, $z_{\alpha/2} = 1{,}96$.
Para una confianza del 99 %, el valor de $z_{\alpha/2}$ será:

$$1 - \alpha = 0{,}99 \Rightarrow \alpha = 0{,}01 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0{,}005 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0{,}995 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2{,}575.$$

Teniendo en cuenta que $n = 36$, $\overline{x} = 97$ y $\sigma = 10$:

- Intervalo de confianza para la media al 95 %:

$$\left(97 - 1{,}96 \cdot \frac{10}{\sqrt{36}},\ 97 + 1{,}96 \cdot \frac{10}{\sqrt{36}}\right) = (93{,}73,\ 100,27)$$

  Como el valor 100 pertenece a este intervalo, el fabricante puede garantizar una duración media de 100 horas en sus productos, con lo que no debemos rechazar la producción ya que ésta sí que cumple con la duración garantizada.

- Intervalo de confianza para la media al 99 %:

$$\left(97 - 2{,}575 \cdot \frac{10}{\sqrt{36}},\ 97 + 2{,}575 \cdot \frac{10}{\sqrt{36}}\right) = (92{,}71,\ 101{,}29)$$

  En este caso tampoco se debe rechazar la producción pues el valor 100 sigue perteneciendo a este intervalo.

- Si la muestra es de 50 juguetes el intervalo de confianza al 95 % es:

$$\left(97 - 1{,}96 \cdot \frac{10}{\sqrt{50}},\ 97 + 1{,}96 \cdot \frac{10}{\sqrt{50}}\right) = (94{,}23,\ 99{,}77)$$

  Ahora sí que debemos de rechazar la producción pues el valor 100 no pertenece al intervalo anterior.

3. ***Junio 1997 - Bloque 4, apartado B)***

Una compañía tiene dos proveedores A y B que le suministran artículos en mal estado en los últimos envíos. Los datos del último pedido son:

	Buenos	Defect.	Total
Proveedor A	10	40	50
Proveedor B	20	130	150
Total	30	170	200

Calcular la probabilidad de que al elegir al azar un artículo:

i) Sea bueno.
ii) Sea del proveedor A.
iii) Sea del proveedor A sabiendo que es defectuoso.
iv) Sea del proveedor B y sea bueno.
v) Sea suministrado por A o sea defectuoso.

Solución:

Llamemos A al suceso "el artículo es del proveedor A", B al suceso "el artículo es del proveedor B", C al suceso "el artículo elegido es bueno" y D al suceso "el artículo elegido es defectuoso". Entonces, observando la tabla y utilizando la regla de Laplace:

i) $P(C) = \dfrac{30}{200} = \dfrac{3}{20} = 0{,}15.$

ii) $P(A) = \dfrac{50}{200} = \dfrac{1}{4} = 0{,}25.$

iii) $P(A/D) = \dfrac{P(A \cap D)}{P(D)} = \dfrac{40/200}{170/200} = \dfrac{40}{170} = \dfrac{4}{17} \approxeq 0{,}23.$ Obsérvese que se podría haber hecho directamente utilizando la regla de Laplace, ya que el número de casos posibles ahora se reduce a 170 pues se sabe que el artículo es defectuoso.

iv) $P(B \cap C) = \dfrac{20}{200} = \dfrac{1}{10} = 0{,}1.$

v) $P(A \cup D) = P(A) + P(D) - P(A \cap D) = \dfrac{50}{200} + \dfrac{170}{200} - \dfrac{40}{200} = \dfrac{180}{200} = \dfrac{9}{10} = 0{,}9.$

4. ***Convocatoria desconocida - Bloque 2, apartado B)***

La probabilidad de que tenga lugar el contrario de un suceso A es $1/3$, la probabilidad de un suceso B es $3/4$ y la probabilidad de que ocurran a la vez los sucesos A y B es $5/8$. Determinar:

i) Probabilidad de que se verifique el suceso A o el suceso B.
ii) Probabilidad de que no se verifique A y no se verifique B.
iii) Probabilidad de que ocurra A sabiendo que se ha verificado B.
iv) Independencia de los sucesos A y B.

Solución:
Se sabe que $P(\overline{A}) = \dfrac{1}{3}$, con lo que $P(A) = \dfrac{2}{3}$; que $P(B) = \dfrac{3}{4}$, y que $P(A \cap B) = \dfrac{5}{8}$. Entonces:

i) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \dfrac{2}{3} + \dfrac{3}{4} - \dfrac{5}{8} = \dfrac{19}{24} \approxeq 0{,}79$.
ii) Utilizando las leyes de Morgan: $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \dfrac{19}{24} = = \dfrac{5}{24} \approxeq 5{,}21$.
iii) $P(A/B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{5/8}{3/4} = \dfrac{20}{24} = \dfrac{5}{6} \approxeq 0{,}83$.
iv) $P(A)P(B) = \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{3}{4} = \dfrac{1}{2} \neq \dfrac{5}{8} = P(A \cap B)$. Por tanto los sucesos A y B no son independientes pues $P(A \cap B) \neq P(A)P(B)$.

5. ***Convocatoria desconocida - Bloque 4, apartado A)***

Se tienen dos urnas U_1 y U_2 cuyo contenido en bolas rojas, azules y verdes es: en la urna U_1 4 bolas azules, 3 bolas rojas y 3 verdes, en la urna U_2 4 rojas, 5 azules y una verde. Se lanzan tres monedas y si se obtiene exactamente dos caras se extrae una bola de la urna U_1, en otro caso se extrae de la urna U_2. Se pide:

i) Hacer un diagrama para el experimento aleatorio de lanzar tres monedas.
ii) Calcular la probabilidad de que la bola extraída sea azul.

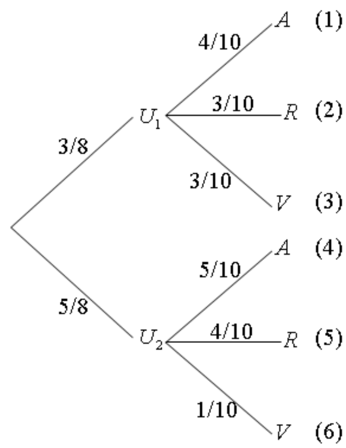
Solución:
El espacio muestral del experimento "lanzar tres monedas" es

$$E = \{CCC, CCX, CXC, XCC, CXX, XCX, XXC, XXX\},$$

donde C es el suceso "salir cara" y X es el suceso "salir cruz". Una secuencia seguida de caras y cruces, como por ejemplo, CCX, indica que en la primera tirada salió cara, en la segunda también cara y en la tercera cruz.
Llamemos $2C$ al suceso "obtener exactamente dos caras". Entonces, por la regla de Laplace, $P(2C) = \dfrac{3}{8}$. Por tanto la probabilidad de no obtener exactamente dos caras será $P(\overline{2C}) = \dfrac{5}{8}$ Llamemos U_1 al suceso "escoger bola de la urna U_1" y U_2 al suceso "escoger

bola de la urna U_2". Obsérvese que, entonces, si salen exactamente dos caras se escoge la urna U_1. Por tanto $P(U_1) = P(2C) = \dfrac{3}{8}$. Análogamente, la probabilidad de escoger la urna U_2 coincidirá con la de que no salgan exactamente dos caras: $P(U_2) = P(\overline{2C}) = \dfrac{5}{8}$

i) Llamemos R, A y V a los sucesos "salir bola roja", "salir bola azul" y "salir bola verde", respectivamente. Entonces, el diagrama asociado a este experimento es:



ii) Observando el diagrama:

$$P(A) = (1) + (4) = \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{10} + \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{10} = \frac{12}{80} + \frac{25}{80} = \frac{37}{80} = 0{,}4625$$

6. ***Convocatoria desconocida - Bloque 4, apartado B)***

   El estudio de un test de satisfacción de usuario que rellenan todos los demandantes de servicios de una gran empresa revela que la nota media que otorgan es de 5,70 puntos con una desviación típica de 0,5. Posteriormente se ha realizado un muestreo a 100 usuarios de la zona de influencia A, y a 49 usuarios de la zona B, obteniéndose puntuaciones medias respectivas de 5,6 y 5,85. Con una confianza del 95 %, ¿se puede afirmar que las diferencias entre las medias de cada muestra y de la población son debidas al azar, o se puede afirmar que son diferentes la nota media de la población y la de cada muestra? Formula la hipótesis nula y alternativa. Define error de tipo I y error de tipo II.

7. ***Convocatoria desconocida - Bloque 2, apartado B)***

   En una empresa se quiere realizar una encuesta por el método de muestreo estratificado entre sus 800 empleados. Se pretende que la muestra, de tamaño 160, sea representativa por sexo y edad. Para la edad se establecen 5 estratos en los que se distribuyen los empleados/as como se indica en la tabla. Por sexo la distribución es 380 hombres y 420 mujeres distribuidos proporcionalmente a cada grupo de edad. Determina, redondeando si es preciso, a cuántos empleados y empleadas de cada estrato se ha de preguntar.

	$25-30$ años	$31-35$ años	$36-40$ años	$41-45$ años	>45 años
Empleados/as	180	170	210	180	60

8. ***Convocatoria desconocida - Bloque 4, apartado A)***

Una imprenta tiene en almacén 1000 libros de una edición E_1, 1200 de la edición E_2 y 800 de E_3. Se sabe que el 3 % de los libros de E_1, el 1,5 % de E_2 y el 2 % de E_3 tienen defectos. Se elige un libro al azar.

i) Hallar la probabilidad de que tenga defectos.

ii) Sabiendo que el libro elegido presenta defectos, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la edición E_2?

Solución:

Hay un total de 3000 libros. Consideremos los siguientes sucesos: $E_1 =$ "que un libro sea de la edición E_1", $E_2 =$ "que un libro sea de la edición E_2", $E_3 =$ "que un libro sea de la edición E_3" y $D =$ "que un libro tenga defectos". Según los datos del enunciado

$$P(E_1) = \frac{1000}{3000} = \frac{1}{3}, \quad P(E_2) = \frac{1200}{3000} = \frac{2}{5}, \quad P(E_3) = \frac{800}{3000} = \frac{4}{15};$$

$$P(D/E_1) = \frac{3}{100}, \quad P(D/E_2) = \frac{1,5}{100} = \frac{3}{200}, \quad P(D/E_3) = \frac{2}{100} = \frac{1}{50}.$$

i) Por el teorema de la probabilidad total:

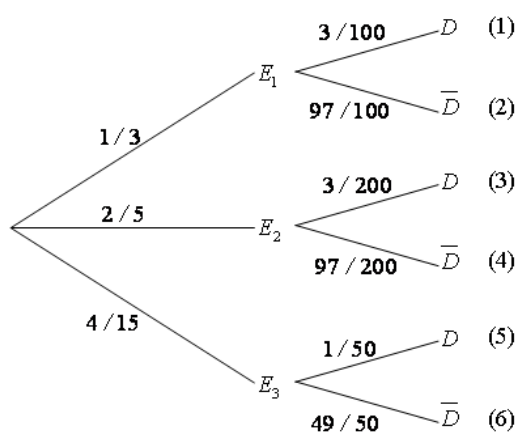
$$P(D) = P[(D \cap E_1) \cup (D \cap E_2) \cup (D \cap E_3)] = P(D \cap E_1) + P(D \cap E_2) + P(D \cap E_3)] =$$

$$= P(E_1)P(D/E_1) + P(E_2)P(D/E_2) + P(E_3)P(D/E_3) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{100} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{200} + \frac{4}{15} \cdot \frac{1}{50} =$$

$$= \frac{1}{100} + \frac{1}{500} + \frac{2}{375} = \frac{13}{750} \approxeq 0{,}017.$$

ii) $P(E_2/D) = \dfrac{P(E_2 \cap D)}{P(D)} = \dfrac{P(E_2)P(D/E_2)}{P(D)} = \dfrac{(2/5)(3/200)}{13/750} \approxeq \dfrac{0{,}4 \cdot 0{,}015}{0{,}017} = 0{,}35.$

También se puede hace el ejercicio utilizando el siguiente diagrama:



Obsérvese que la probabilidad de que tenga defectos se obtiene sumando las probabilidades de las ramificaciones (1), (3) y (5). La probabilidad de cada una de las ramificaciones se obtiene multiplicando las probabilidades de los sucesos de las ramas correspondientes. Es decir:

$$P(D) = (1) + (3) + (5) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{100} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{200} + \frac{4}{15} \cdot \frac{1}{50} = \frac{1}{100} + \frac{1}{500} + \frac{2}{375} = \frac{13}{750} \approxeq 0{,}017.$$

9. ***Convocatoria desconocida - Bloque 4, apartado B)***

   En una empresa de exportación de cítricos se investiga el peso medio de cierta variedad de naranjas. Se admite un error máximo de 10 gramos, con una confianza del 95 %. Se sabe por estudios de otros años que el peso medio se distribuye normalmente siendo la desviación típica 60 gramos. ¿Cuál ha de ser el tamaño mínimo de la muestra a elegir? ¿Y si se desea una confianza del 99 %?

10. ***Convocatoria desconocida - Bloque 2, apartado A)***

    Lanzamos una moneda al aire y, según salga cara o cruz, sacamos una bola de la urna U_1 o de la urna U_2. La primera urna contiene tres bolas blancas y dos bolas negras, la segunda urna, dos blancas y cuatro negras. Se pide:

    i) Realizar un diagrama con los posibles resultados.
    ii) Hallar la probabilidad de sacar una bola negra.

11. ***Convocatoria desconocida - Bloque 4, apartado A)***

    Se disponen dos urnas U_1 y U_2. La primera contiene 3 bolas rojas, 2 blancas y una azul, la segunda urna contiene 2 bolas rojas, 2 blancas y una negra. Se saca al azar una bola de cada urna. Se pide:

    i) Construir el espacio muestral correspondiente a esta experiencia.
    ii) Calcular la probabilidad de que las dos bolas extraídas sean rojas y la de que las dos bolas extraídas sean del mismo color.
    iii) Calcular la probabilidad de la unión y la probabilidad de la intersección de los sucesos del apartado anterior.

12. ***Convocatoria desconocida - Bloque 4, apartado B)***

    Se sabe que en una muestra de 36 alumnos se ha medido la variable "velocidad lectora" y el valor obtenido para la media ha sido 9,6. Suponiendo que esta variable tiene una distribución normal en la población con una desviación típica de 4,9, ¿se puede aceptar la hipótesis de que la media poblacional de esta variable es $\mu = 15$, con un riesgo igual o menor al 5 %? Explica lo que se entiende por error de tipo I y error de tipo II.

13. ***Convocatoria desconocida - Bloque 2, apartado B)***

    Se extrae una carta de una baraja española de 40 cartas. Si la carta extraída es un rey nos dirigimos a la urna I, en caso contrario nos dirigimos a la urna II. A continuación extremos una bola. El contenido de la urna I es de 7 bolas blancas y 5 negras, el de la urna II es de 6 bolas blancas y 4 negras.

    i) Probabilidad de que la bola extraída sea blanca y de la urna II.

ii) Probabilidad de que la bola extraída sea negra.

14. ***Convocatoria desconocida - Bloque 4, apartado A)***

En una ciudad el 55 % de los habitantes consume pan integral, el 30 % consume pan de multicereales y el 20 % consume de ambos. Se pide:

i) Sabiendo que un habitante consume pan integral, ¿cuál es la probabilidad de que coma pan de multicereales?

ii) Sabiendo que un habitante consume pan de multicereales, ¿cuál es la probabilidad de que no consuma pan integral?

iii) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona de esa ciudad no consuma de ninguno de los dos tipos de pan?

15. ***Convocatoria desconocida - Bloque 4, apartado B)***

Se sabe que el contenido de fructosa de cierto alimento sigue una distribución normal cuya varianza es conocida teniendo un valor de 0,25. Se desea estimar el valor de la media poblacional mediante el valor de la media de una muestra, admitiéndose un error máximo de 0,2 con una confianza del 95 %. ¿Cuál ha de ser el tamaño de la muestra?

3. Ejercicios propuestos a partir del año 2000

3.1. Año 2000

1. ***Junio - Bloque 3, B)***

En un experimento aleatorio, la probabilidad de un suceso A es dos veces la probabilidad de otro sucesos B y la suma de la probabilidad de A y la probabilidad del suceso contrario de B es 1,3. Se sabe, además, que la probabilidad de la intersección de A y B es 0,18. Calcular la probabilidad de que:

1º) Se verifique el suceso A o se verifique el suceso B.

2º) Se verifique el suceso contrario de A o se verifique el suceso contrario de B.

3º) ¿Son independientes los sucesos A y B?

2. ***Junio - Bloque 4, A)***

Se dispone de tres monedas. La 1ª de ellas está trucada de forma que la probabilidad de obtener cara es 0,4. La 2ª moneda tiene 2 cruces y la 3ª moneda también está trucada de modo que la probabilidad de obtener cara es 0,6. Se pide:

1º) Escribir el espacio muestral correspondiente al lanzamiento de estas tres monedas, sucesivamente, y en el orden indicado.

2º) Probabilidad de que se obtengan exactamente 2 cruces.

3º) Probabilidad del suceso $A =$"(cara, cruz, cara)"

4º) Probabilidad de obtener, al menos, una cara.

3. ***Junio - Bloque 4, B)***

   Queremos estimar la media de una variable aleatoria que se distribuye normalmente con una desviación típica de 3,2. Para ello, se toma una muestra de 64 individuos obteniéndose una media de 32,5 ¿Con qué nivel de confianza se puede afirmar que la media de la población está entre 31,5 y 33,5?
   Si la desviación típica de la población fuera 3, ¿cuál es el tamaño mínimo que debería tener la muestra con la cual estimamos la media poblacional si queremos que el nivel de confianza sea del 99 % y el error admisible no supere el valor de 0,75?

4. ***Septiembre - Bloque 1, B)***

   En un experimento aleatorio, se consideran dos sucesos A y B. La probabilidad de que no se verifique A es 0,1. La probabilidad de que no se verifique B es 0,4. La probabilidad de que no se verifique A ni B es 0,04. Hallar la probabilidad de que:

   1º) Se verifique el suceso A o se verifique el suceso B.

   2º) Se verifique el suceso A y se verifique el suceso B. ¿Son independientes los sucesos A y B?

5. ***Septiembre - Bloque 4, A)***

   Una caja contiene 7 tarjetas de la misma forma y tamaño: 4 de color amarillo y 3 de color rojo. Se extrae de ella al azar una tarjeta, se anota su color y sin devolverla a la caja extraemos de ésta una segunda tarjeta. Se pide:

   1º) Escribir el espacio muestral.

   2º) Hallar la probabilidad de cada uno de los sucesos elementales del espacio muestral.

6. ***Septiembre - Bloque 4, B)***

   Según un estudio realizado durante el año 1999 en un hospital, la distribución de los pesos de los recién nacidos fue normal con una media de 3,450 Kg. y una desviación típica de 0,52 Kg. A lo largo de este año se ha analizado el peso de 36 recién nacidos tomados al azar, obteniéndose una media de 3,300 Kg. ¿Podemos afirmar que esta diferencia es debida al azar con una confianza del 95 %? Con el mismo nivel de confianza, ¿cambiaría la respuesta si la media de 3.300 Kg. se hubiera obtenido al analizar el peso de 81 recién nacidos tomados al azar?

7. ***Reserva 1 - Bloque 2, B)***

   Se dispone de dos urnas idénticas. La 1.ª contiene 3 bolas negras y 4 bolas verdes. La 2.ª contiene 4 bolas negras y 3 bolas verdes.

   1º) Extraemos al azar una bola de cada urna. Hallar la probabilidad de que ambas sean de color negro.

   2º) Se saca una bola de la 2.ª urna y sin mirarla se introduce en la 1.ª urna. De ésta, a continuación, se extrae una bola. Hallar la probabilidad de que sea de color verde.

8. ***Reserva 1 - Bloque 4, A)***

Una caja contiene 1 tarjeta amarilla y 2 tarjetas rojas. Se extrae, con reemplazamiento, dos veces seguidas una tarjeta de cada caja. Se pide:

1º) Escribir los sucesos elementales que constituyen los sucesos $A =$ "Sólo ha salido una tarjeta roja" y $B =$ "La segunda tarjeta extraída es amarilla".

2º) Hallar las probabilidades de los sucesos A, B y $A \cap B$.

3º) ¿Son independientes los sucesos A y B?

9. ***Reserva 1 - Bloque 4, B)***

   En el último campeonato regional de maratón, la variable "tiempo empleado en recorrer la distancia de 42 km. y 195 m." se distribuyó normalmente con una desviación típica de 0,49 horas. En una muestra de 38 atletas, se ha medido la misma variable y el valor obtenido para la media es de 3,29 horas. Hallar un intervalo de confianza para la media poblacional con una confianza del 85 % y explicar el significado de este intervalo.

10. ***Reserva 2 - Bloque 3, B)***

    Al 65 % de los alumnos de un Instituto les gusta el rock latino. Al 25 % les gusta la música clásica y sólo al 10 % les gusta los dos tipos de música. Se elige al azar uno de estos alumnos. Calcular la probabilidad de que:

    1º) Le guste el rock latino o la música clásica.

    2º) No le guste ni el rock latino ni la música clásica.

    3º) Le guste sólo el rock latino.

    4º) ¿Son independientes los sucesos $A =$ "Le gusta el rock latino" y $B =$ "Le gusta la música clásica"?

11. ***Reserva 2 - Bloque 4, A)***

    Se tienen tres bolsas A, B y C con el siguiente contenido. A: 2 bolas blancas y 3 rojas. B: 3 bolas blancas y 2 rojas. C: 1 bola blanca y 4 rojas. Se lanzan tres monedas distintas. Si se obtienen exactamente dos caras, se extrae una bola de la bolsa A. Si se obtienen exactamente dos cruces, se extrae una bola de la bolsa B y en los restantes casos, se extrae una bola de la bolsa C. Se pide:

    1º) Escribir el espacio muestral del experimento aleatorio: "Lanzamiento de las tres monedas".

    2º) Hallar la probabilidad de que la bola extraída sea de color blanco.

12. ***Reserva 2 - Bloque 4, B)***

    Un fabricante de ropa deportiva quiere realizar una encuesta por el método de muestreo estratificado entre los 345 atletas participantes en una prueba de maratón. La muestra, de tamaño 52, ha de ser representativa por sexo y edad. Para la edad se establecen cuatro estratos:

Edad (en años)	$18-30$	$31-43$	$44-56$	más de 56 años
N.º de atletas	146	114	51	34

Por sexos la distribución es de 53 mujeres y 292 hombres distribuidos proporcionalmente a cada grupo de edad. Determinar, redondeando si es preciso, el número de atletas femeninos y el número de atletas masculinos de cada uno de los cuatro estratos a los que se ha de encuestar.

3.2. Año 2001

1. ***Junio - Bloque 2, A)***

   Se dispone de un dado trucado de cuatro caras con puntuaciones: 1, 2, 3, 4, de modo que $p(4) = 4p(1)$, $p(3) = 3p(1)$, $p(2) = 2p(1)$, en donde $p(4)$ indica la probabilidad de obtener la puntuación 4 y así sucesivamente. Se dispone también de dos urnas con la siguiente composición: Urna U_1: 1 bola roja y 2 bolas verdes. Urna U_2: 2 bolas rojas y 3 bolas verdes.
   Se lanza el dado. Si sale número par extraemos una bola de la urna U_1. Si sale impar extraemos una bola de la urna U_2. Se pide:

   (a) Determina las probabilidades de los sucesos elementales que se presentan al lanzar el dado de cuatro caras.

   (b) Se lanza el dado y a continuación extraemos una bola de la urna que corresponda. Halla la probabilidad de que sea de color verde.

2. ***Junio - Bloque 4, A)***

   Un estuche contiene 5 lápices de igual forma y tamaño: 2 de color azul y 3 de color verde. Se extrae un lápiz del estuche y a continuación, sin reemplazamiento, se extrae otro lápiz. Se pide:

   (a) Escribir los sucesos elementales que definen los sucesos $M =$ "Sólo ha salido un lápiz de color verde" y $N =$ "El segundo lápiz extraído es de color azul".

   (b) Calcula las probabilidades de los sucesos M, N y $M \cap N$.

   (c) Estudia la independencia de los sucesos M y N. Razona la respuesta.

3. ***Junio - Bloque 4, B)***

   Según un estudio realizado por una empresa hotelera durante el año 1992, la distribución del tiempo de estancia de cada viajero fue normal con una media de 3,7 días y una desviación típica de 1,1 días. A lo largo del año 2000 se analizó el tiempo de estancia de 49 viajeros elegidos al azar, obteniéndose una media de 3,5 días. ¿Podemos afirmar que esta diferencia es debida al azar con una confianza del 88 %? Con el mismo nivel de confianza, ¿cambiaría la respuesta si esta media de 3,5 días se hubiera obtenido al analizar el tiempo de estancia de 100 viajeros elegidos al azar?

4. ***Septiembre - Bloque 1, A)***

   Se dispone dos urnas iguales con el siguiente contenido:
   Urna P: 4 bolas amarillas y 6 bolas granates. Urna Q: 5 bolas amarillas y 7 bolas granates.
   Se dispone de un dado cúbico con las siguientes puntuaciones: 1, 1, 2, 2, 2, 3. Se lanza el

dado. Si sale el número 1 se extrae una bola de la urna P. En los demás casos se extrae una bola de la urna Q. Se pide la probabilidad de que:

a) Al lanzar el dado se obtenga una puntuación mayor de 1.
b) Al tomar una bola de la urna P sea de color granate.
c) Al extraer una bola, después de lanzar el dado, se obtenga de color amarillo.

5. ***Septiembre - Bloque 4, A)***

Los atletas veteranos de un club de atletismo tienen la siguiente preferencia referente a su participación en distintos tipos de carreras:
El 70 % suele participar en carreras de maratón (42 Km 195 metros)
El 75 % suele participar en carreras de medio maratón (21 Km 97,5 metros)
El 13 % no suele participar en este tipo de carreras
Se elige al azar uno de estos atletas. Calcula la probabilidad de que:

a) Suela participar en carreras de maratón o de media maratón.
b) Suela participar en carreras de maratón y de media maratón.
c) Suela participar únicamente en carreras de maratón o únicamente en carreras de media maratón.

6. ***Septiembre - Bloque 4, B)***

En una prueba ciclista contra-reloj, la variable aleatoria: "Tiempo que tarda un corredor en recorrer la distancia de 22 kilómetros" se distribuye normalmente con una desviación típica de 3 minutos. Queremos estimar la media de la población. ¿Cuál es el tamaño mínimo que debería tener la muestra que hemos de tomar si queremos que el nivel de confianza sea del 94 % y el error admisible no supere el valor de 0,8?

7. ***Reserva 1 - Bloque 3, A)***

Se lanzan a la vez dos dados cúbicos iguales. Se consideran los sucesos $M =$ "Las puntuaciones de ambos dados son impares" y $N =$ "Las puntuaciones de ambos dados son iguales". Se pide:

(a) Escribe el espacio muestral asociado al experimento aleatorio "Lanzamiento simultáneo de los dos dados".
(b) Determina las probabilidades de los sucesos M, N, $M \cup N$, $M \cap N$.
(c) Determina la probabilidad del suceso: "Las puntuaciones de los dos dados no son ambas impares ni ambas iguales".
(d) ¿Son independientes los sucesos M y N? Razona la respuesta.

8. ***Reserva 1 - Bloque 4, A)***

Se dispone de una baraja española de 40 cartas (10 cartas de oros, 10 cartas de copas, 10 cartas de espadas y 10 cartas de bastos). Se extraen dos cartas de la baraja, una a continuación de la otra, sin reemplazamiento. Se pide:

(a) Probabilidad de que las dos cartas sean de oros.

(b) Probabilidad de que la 1.ª carta sea un as y la 2.ª sea una sota. (En una baraja española hay 4 ases y 4 sotas)

Contesta a las mismas cuestiones planteadas, en el caso de que la extracción de cartas se haga con reemplazamiento, es decir, que la 1.ª carta extraída se devuelva a la baraja antes de extraer la segunda carta.

9. ***Reserva 1 - Bloque 4, B)***

   Una productora de cine quiere realizar una encuesta por el método de muestreo estratificado entre las 918 personas asistentes a la proyección de una de sus películas. La muestra de tamaño 54 ha de ser representativa por sexo y edad. Para la edad se establecen cuatro estratos:

Edad (en años)	$18-31$	$32-44$	$45-57$	más de 57
N.º de personas	253	305	206	154

   Por sexos la distribución es de 301 mujeres y 617 hombres repartidos proporcionalmente a cada grupo de edad. Determinar, redondeando si es preciso, el número de mujeres y el número de hombres de cada uno de los cuatro estratos a los que se ha de pasar la encuesta.

10. ***Reserva 2 - Bloque 2, B)***

    Se dispone de una bolsa con 5 bolas negras y 3 bolas rojas, todas del mismo tamaño. Se dispone también de una moneda trucada de tal forma que la probabilidad de que salga "cara" es cuatro veces la probabilidad de que salga "cruz". Se lanza la moneda. Si sale cara introducimos en la bolsa 2 bolas negras iguales a las existentes. Si sale cruz entonces sacamos de la bolsa una bola roja. Se pide:

    (a) Determina la probabilidad de que en la bolsa resultante después de lanzar la moneda no haya variado el número de bolas negras.

    (b) Lanzamos la moneda y realizamos la operación que proceda. A continuación extraemos al azar una bola de la bolsa. Determina la probabilidad de que sea de color negro.

11. ***Reserva 2 - Bloque 4, A)***

    La diferencia entre la probabilidad de un suceso M y la probabilidad del contrario de otro suceso N es $-0{,}3$. Sabiendo que, cuatro veces la probabilidad de M es igual a tres veces la probabilidad de N y que la probabilidad de la intersección de los sucesos M y N es 0,1, se pide:

    (a) Probabilidad de que se verifique alguno de los sucesos M o N.

    (b) Probabilidad de que se verifique únicamente el suceso M o únicamente el suceso N.

    (c) Probabilidad de que no se verifique ninguno de los dos.

    (d) ¿Son independientes los sucesos M y N? Razona la respuesta.

12. ***Reserva 2 - Bloque 4, B)***

    En una de las pruebas de acceso a la Universidad, la variable "puntuación obtenida en la materia de Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II" se distribuye normalmente con una desviación típica de 1,38. En una muestra de 50 alumnos se ha medido la misma variable y el valor obtenido para la media es de $4,93$ puntos. Halla un intervalo de confianza para la media poblacional con una confianza del 92 % y explica el significado de este intervalo.

3.3. Año 2002

1. ***Junio - Bloque 3, B)***

   Para la señalización de emergencia de una fábrica se han instalado dos indicadores que funcionan independientemente. La probabilidad de que el indicador A se accione en una avería es 0,99, mientras que la de que se accione el indicador B es 0,95. Si se produce una avería:

   a) ¿Cuál es la probabilidad de que se accione un solo indicador?
   b) ¿Cuál es la probabilidad de que no se accione ningún indicador?

2. ***Junio - Bloque 4, A)***

   Se sabe por trabajos realizados por expertos que la velocidad lectora media de los niños de 6 años es de 40 palabras por minuto, siendo la desviación típica de 12. Hemos tomado una muestra aleatoria de 49 niños de 6 años y les hemos medido su velocidad lectora, resultando una media de 42 palabras por minuto. ¿Podemos afirmar que nuestra media es compatible con la de los expertos a un nivel de confianza del 99 %? Razona tu respuesta.

3. ***Junio - Bloque 4, B)***

   En el primer curso de una determinada Facultad hay dos grupos A y B. En el grupo A hay 60 varones y 40 mujeres, y en el grupo B hay 64 varones y 16 mujeres. La probabilidad de elegir un alumno del grupo A es $1/3$ y la de elegir uno del grupo B es de $2/3$.

   a) Calcular la probabilidad de elegir un varón.
   b) Si hemos elegido un varón, ¿cuál es la probabilidad de que esté en el grupo A?

4. ***Septiembre - Bloque 3, B)***

   Se sortea un viaje entre los 120 empleados de una empresa. De ellos, 65 son mujeres, 80 están casados y 45 son mujeres casadas. Se pide:

   a) ¿Cuál es la probabilidad de que le toque el viaje a una mujer soltera?
   b) Si el premio recae en una persona casada, ¿cuál es la probabilidad de que sea un hombre?

5. ***Septiembre - Bloque 4, A)***

   En una clase hay 25 alumnos. De ellos, 10 son chicos y el resto chicas. Si elegimos aleatoriamente y sin reposición a tres de ellos:

   a) ¿Cuál es la probabilidad de que los tres sean chicas?
   b) ¿Cuál es la probabilidad de que haya dos chicas y un chico?

6. ***Septiembre - Bloque 4, B)***

   Supongamos que aplicamos un test de atención a 145 alumnos de Bachillerato, obtenidos por muestreo aleatorio simple. Los resultados fueron: media igual a 32 y desviación típica de 15. El baremo del mencionado test de atención nos dice que para la población de Bachillerato, la media es 35 y la desviación típica de 16,76. ¿Es compatible nuestra media con la media que ofrece el baremo a un nivel de confianza del 95 %? Razona la respuesta.

7. ***Reserva 1 - Bloque 1, B)***

   De una baraja de 48 cartas (compuesta por 12 cartas de oros, 12 de copas, 12 de bastos y 12 de espadas) se extraen simultáneamente dos de ellas. Calcula la probabilidad de que:

   a) Las dos sean de espadas.
   b) Al menos una sea de espadas.
   c) Una sea de oros y la otra de espadas.

8. ***Reserva 1 - Bloque 4, A)***

   En un colectivo profesional formado a partes iguales por ambos sexos, el estrés afecta a un 35 % de los hombres y a una de cada cuatro mujeres. Elegida una persona al azar, calcular la probabilidad de que:

   a) Tenga estrés.
   b) Padeciendo estrés sea hombre.

9. ***Reserva 1 - Bloque 4, B)***

   En una muestra de 100 alumnos de bachillerato se ha obtenido una media de 10 en una prueba de aptitud numérica. La aptitud numérica es una variable que se distribuye normalmente en la población con desviación típica igual a 4. Halla un intervalo de confianza para la media de la población con un nivel de confianza del 93 %. Interpreta el significado de este intervalo.

10. ***Reserva 2 - Bloque 1, B)***

    Una clase de 2.º de Bachillerato está formada por 10 chicos y 10 chicas; la mitad de las chicas y la mitad de los chicos han elegido inglés como asignatura optativa. Elegido un alumno al azar:

    a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea chico o estudie inglés?
    b) ¿Cuál es la probabilidad de que sea chica y no estudie inglés?

11. ***Reserva 2 - Bloque 4, A)***

    Dos urnas son tales que la probabilidad de elegir la primera es cuatro veces mayor que de elegir la segunda. En la primera hay 7 bolas blancas y 3 negras. En la segunda hay 4 bolas negras, 10 rojas y 6 blancas.

    a) ¿Cuál es la probabilidad de elegir cada urna?
    b) Elegimos una urna y extraemos u na bola. Si ésta es blanca, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la primera urna?

12. ***Reserva 2 - Bloque 4, B)***

    Se ha extraído, por muestreo aleatorio simple, una muestra de 36 sujetos y se les ha medido el tiempo de reacción a un estímulo visual, obteniéndose una media igual a 50 milisegundos. La variable "tiempo de reacción" se distribuye en la población según una normal de desviación típica igual a 3. Construir un intervalo de confianza para la media de la población a un nivel de confianza del 98 %. Interpretar el significado de dicho intervalo.

3.4. Año 2003

1. ***Junio - Bloque 2, B)***

   En un I.E.S. hay tres profesores de Física. Cuando un alumno se matricula en el centro tiene igual probabilidad de que le asignen uno u otro profesor de Física. La probabilidad de obtener como nota final un sobresaliente con el profesor A es 0,3; la de obtenerlo con el profesor B es de 0,28; y la de obtenerlo con el profesor C es 0,35.

   1) Calcula la probabilidad de que un alumno matriculado en Física obtenga como nota final un sobresaliente.
   2) Sabiendo que un alumno ha obtenido un sobresaliente como nota final en Física, ¿cuál es la probabilidad de que le hubiesen asignado al profesor C?

2. ***Junio - Bloque 4, A)***

   Una caja contiene 10 tornillos, de los cuales tres son defectuosos. Se extraen de una forma sucesiva y sin devolverlos a la caja, 4 tornillos. Calcula la probabilidad de que:

   1) Los cuatro tornillos extraídos sean buenos.
   2) Al menos un tornillo, de los cuatro extraídos, sea defectuoso.

3. ***Junio - Bloque 4, B)***

   Un grupo de 144 alumnos de secundaria seleccionados al azar en una determinada Comunidad realizan una prueba de conocimientos sobre la geografía de su autonomía, sacando de nota media 6,3 puntos. Las puntuaciones obtenidas se distribuyen normalmente con una desviación típica de 6.

   1) Calcula, con una probabilidad del 98 %, entre qué valores se encontrará la media de la población de los alumnos de secundaria de dicha comunidad.
   2) Interpreta el significado del intervalo obtenido.

4. ***Septiembre - Bloque 2, B)***

   En un experimento de detección de estímulos, se presentan la mitad de las veces el estímulo A y la otra mitad el estímulo B. El A es detectado el 80 % de las veces y el B el 70 %.

   1) En un ensayo determinado se ha presentado el estímulo A. ¿Cuál es la probabilidad de que no sea detectado?

2) Cuando un estímulo no es detectado, ¿cuál es la probabilidad de que sea el estímulo B?

5. ***Septiembre - Bloque 4, A)***

   En una reunión hay 10 personas, tres rubias, cinco morenas y dos pelirrojas. Se eligen al azar y de una forma sucesiva tres personas. Calcula la probabilidad de que:

   1) Las tres personas tengan igual color de pelo.
   2) El color del pelo de las tres sea diferente.

6. ***Septiembre - Bloque 4, B)***

   Se ha aplicado una prueba para medir el coeficiente intelectual a una muestra de 100 universitarios españoles elegida de forma aleatoria. Calculada la media de esta muestra se han obtenido 98 puntos. Sabiendo que las puntuaciones de la prueba siguen una distribución normal de desviación típica de 15:

   1) Calcular, con una probabilidad del 98 %, entre qué valores se encontrará la media de la población universitaria española.
   2) Interpretar el significado del intervalo obtenido.

7. ***Reserva 1 - Bloque 2, B)***

   En una sala de exámenes se dispone de dos urnas iguales A y B. En la urna A hay 12 bolas blancas con temas de Filosofía y 8 bolas rojas con temas de Historia. En la urna B hay 6 bolas blancas con temas de Filosofía (distintos de los de la urna A) y 9 bolas rojas con temas de Historia (distintos de los de la urna A). Para elegir un tema, primero se elige una urna al azar y luego, al azar, se saca una bola de esa urna.

   1) Calcula la probabilidad de que el tema elegido sea de Historia.
   2) Si el tema elegido es de Filosofía, calcula la probabilidad de que haya salido de la urna A.

8. ***Reserva 1 - Bloque 4, A)***

   En un juego hay dos premios. El juego consiste en, de una bolsa que contiene 4 bolas blancas, dos bolas rojas y 3 bolas verdes, sacar dos bolas una a una sin devolverlas a la bolsa. El primer premio se consigue sacando las dos bolas verdes y el segundo premio se obtiene si no se saca ninguna bola roja. Calcula la probabilidad de:

   1) Ganar el primer premio.
   2) Ganar el segundo premio.

9. ***Reserva 1 - Bloque 4, B)***

   Las puntuaciones de un test de razonamiento numérico, en la población adulta española, se distribuyen normalmente con una varianza de 100. Aplicando el test a una muestra de 37 personas adultas se obtiene una media de 45.

   1) Calcula, con una probabilidad del 99 %, entre qué valores se encontrará la media de la población.

2) Interpreta el significado del intervalo obtenido.

10. ***Reserva 2 - Bloque 2, B)***

    En un cierto edificio se usan dos ascensores; el primero lo usan el 45 % de los inquilinos y el resto el segundo. El porcentaje de fallos del primero es del 5 % mientras que el segundo es del 8 %.

    1) Calcula la probabilidad de que un determinado inquilino del edificio quede atrapado en un ascensor.
    2) Si un día un inquilino queda atrapado en un ascensor, halla la probabilidad de que haya sido el primero.

11. ***Reserva 2 - Bloque 4, A)***

    Las cinco preguntas de un determinado cuestionario tienen 4 alternativas de respuesta de las que sólo una es correcta. Si alguien contesta al azar, calcular la probabilidad de:

    1) Acertar las cinco preguntas.
    2) Acertar tres preguntas y fallar las otras dos.

12. ***Reserva 2 - Bloque 4, B)***

    Se elige por muestreo aleatorio simple un grupo de 100 sujetos y se les pasa un cuestionario sobre salud. La media obtenida en el cuestionario fue de 90. Se sabe que las puntuaciones en ese cuestionario se distribuyen normalmente con una varianza de 81.

    1) Calcular, con una probabilidad del 99 %, entre qué valores se encontrará la media de la población.
    2) Interpretar el significado del intervalo obtenido.

3.5. Año 2004

1. ***Junio - Bloque 2, B)***

   En una determinada asignatura hay matriculados 2500 alumnos. En Junio se presentaron 1800 de los que aprobaron 1015, mientras en Septiembre, de los 700 que se presentaron, suspendieron 270. Elegido al azar un alumno matriculado en esa asignatura:

   1) Calcula la probabilidad de que la haya aprobado.
   2) Si ha suspendido la asignatura, ¿cuál es la probabilidad de haberse presentado en Septiembre?

2. ***Junio - Bloque 4, A)***

   En un centro de Secundaria, aprueban Biología 4 de cada 5 alumnos, las Matemáticas las aprueban 2 de cada 3 alumnos y 3 de cada 5 alumnos aprueban la Lengua. Elegido al azar un alumno matriculado de esas asignaturas en ese centro, calcula la probabilidad de que:

   1) Suspenda esas tres asignaturas.
   2) Suspenda sólo una de ellas.

3. ***Junio - Bloque 4, B)***

   Las alturas, expresadas en centímetros de los estudiantes de segundo de Bachillerato se distribuye normalmente con una desviación típica de 20 cm. En un colectivo de 500 estudiantes de segundo de Bachillerato se ha obtenido una media de 160 cm.

   1) Calcula, con una probabilidad del 98 %, entre qué valores estará la media de la altura de la población total de estudiantes de segundo de Bachillerato.

   2) Interpreta el significado del intervalo obtenido.

4. ***Septiembre - Bloque 2, B)***

   En una segunda vuelta de unas elecciones presidenciales de un país sudamericano en la que sólo quedan dos candidatos A y B, el 45 % de los votantes votan al candidato A de los cuáles un 54 % proviene del sur del país. Del 55 % de los que votan al candidato ganador B, el 60 % proviene del norte del país. Elegido un votante al azar, calcula la probabilidad de que:

   1) Provenga del sur del país.

   2) Haya votado al candidato A y sea del norte del país.

5. ***Septiembre - Bloque 4, A)***

   En una clase hay 18 chicos y 14 chicas. Un profesor saca a la pizarra, consecutivamente a tres alumnos diferentes. Calcula la probabilidad de que:

   1) Saque a tres chicas.

   2) Saque a una chica y a dos chicos.

6. ***Septiembre - Bloque 4, B)***

   Un estudio realizado sobre 144 usuarios de automóviles revela que la media anual de kilómetros recorridos es de 18000 km. Si el número de km. recorridos anualmente sigue una distribución normal con desviación típica de 2000 km.

   1) Calcula, con una probabilidad del 97 % , entre qué valores estará la media del número de km. recorridos anualmente por la población total de usuarios de automóviles.

   2) Interpreta el significado del intervalo obtenido.

7. ***Reserva 1 - Bloque 2, B)***

   En una clase de Matemáticas de 50 alumnos se hacen tres grupos de trabajo (A, B y C) para preparar una batería de preguntas. En el grupo A hay 10 alumnos mientras que en el B y en el C hay 20 alumnos. La probabilidad de que un alumno del grupo A acierte una determinada pregunta es 0,6; un alumno del grupo B la acierta con una probabilidad de 0,9 y un alumno del grupo C la acierta con una probabilidad de 0,8. Elegido al azar un alumno de esa clase:

   1) Calcula la probabilidad de que acierte esa pregunta.

   2) Si ha acertado la pregunta, calcula la probabilidad de que sea del grupo B.

8. ***Reserva 1 - Bloque 4, A)***

   La probabilidad de que un niño en edad escolar tenga trastornos de conducta es 0,2. Elegidos al azar tres niños en edad escolar, calcula la probabilidad de que:

   1) Ninguno de los tres tenga trastornos de conducta.

   2) Más de uno tenga trastornos de conducta.

9. ***Reserva 1 - Bloque 4, B)***

   Se ha extraído, por muestreo aleatorio simple, una muestra de 49 sujetos y se les ha medido el tiempo de reacción a un estímulo visual, obteniéndose una media de 50 milisegundos. La variable "tiempo de reacción" se distribuye normalmente con una desviación típica de 3 milisegundos.

   1) Calcula, con una probabilidad del 93 % , entre qué valores estará la media del tiempo de reacción en el total de la población.

   2) Interpreta el significado del intervalo obtenido.

10. ***Reserva 2 - Bloque 2, B)***

    Sobre 500 alumnos, matriculados en una determinada asignatura, 100 pertenecen al plan antiguo y el resto al plan nuevo. Del plan nuevo aprueban 240 y del plan antiguo aprueban 60. Elegido al azar un alumno que cursa esa asignatura, calcula la probabilidad de que:

    1) Haya aprobado.

    2) Pertenezca al plan antiguo.

    3) ¿Son independientes los sucesos "aprobar" y "pertenecer al plan antiguo"? Razónalo.

11. ***Reserva 2 - Bloque 4, A)***

    La probabilidad de que un alumno lleve "tipex" a un examen es de 0,1; la probabilidad de que escriba a lápiz es de 0,6 y la probabilidad de que lleve "tipex" y también escriba a lápiz es de 0,05. Elegido un alumno al azar, calcula la probabilidad de que:

    1) Lleve "tipex" o escriba a lápiz.

    2) no lleve "tipex" y no escriba a lápiz.

12. ***Reserva 2 - Bloque 4, B)***

    Una marca de coches afirma que el número de meses que una determinada pieza fabricada por ellos tarda en romperse, sigue una distribución normal de desviación típica 9 meses. Se toma una muestra de 121 coches con esa pieza y se observa que el número medio de meses que tarda en romperse dicha pieza es de 32 meses.

    1) Calcula, con una probabilidad del 97 %, entre qué valores estará la media del número de meses que tarda en romperse dicha pieza en la población total de coches que la llevan.

    2) Interpreta el significado del intervalo obtenido.

3.6. Año 2005

1. ***Junio - Bloque 2, B)***

   En una rifa con 500 papeletas, 75 tienen un premio de 100 euros, 150 tienen un premio de 25 euros y 275 un premio de 10 euros. Elegida una papeleta al azar, calcular la probabilidad de que:

   1) Se obtenga un premio de 25 euros.

   2) Se obtenga un premio menor de 100 euros.

2. ***Junio - Bloque 4, A)***

   Juan es el responsable de un aula de informática en una empresa y no se puede confiar en él pues la probabilidad de que olvide hacer el mantenimiento de un ordenador en ausencia del jefe es $2/3$. Si Juan le hace mantenimiento a un ordenador éste tiene la misma probabilidad de estropearse que de funcionar correctamente, pero si no le hace el mantenimiento sólo hay una probabilidad de 0,25 de funcionar correctamente.

   1) ¿Cuál es la probabilidad de que un ordenador funcione correctamente a la vuelta del jefe?

   2) A su regreso, el jefe se encuentra un ordenador averiado, ¿cuál es la probabilidad de que Juan no le hiciera el mantenimiento?

3. ***Junio - Bloque 4, B)***

   Una máquina de refrescos está ajustada de tal manera que la cantidad de líquido despachada se distribuye en forma normal con una desviación típica de 0,15 decilitros.

   1) Encontrar un intervalo de confianza del 97 % para la media de todos los refrescos que sirve esta máquina, si una muestra aleatoria de 36 refrescos tiene un contenido promedio de 2,25 decilitros.

   2) Interpreta el significado del intervalo obtenido.

4. ***Septiembre - Bloque 2, B)***

   Se truca una moneda de forma que la probabilidad de salir cara es doble que la de salir cruz. Si se lanza tres veces esta moneda:

   1) Calcula el espacio muestral para este experimento.

   2) Calcula la probabilidad de obtener dos cruces y una cara.

5. ***Septiembre - Bloque 4, A)***

   En una oficina trabajan 4 secretarias que archivan documentos. Cada una de ellas archiva el 40 %, 10 %, 30 % y 20 %, respectivamente, de los documentos. La probabilidad que tiene cada una de ellas de equivocarse al archivar es 0,01, 0,04, 0,06 y 0,1 respectivamente.

   1) ¿Cuál es la probabilidad de que un documento esté mal archivado?

   2) Si se ha encontrado un documento mal archivado, ¿cuál es la probabilidad de que sea debido a la tercera secretaria?

6. ***Septiembre - Bloque 4, B)***

   Un experto en gestión de calidad quiere estudiar el tiempo promedio que se necesita para hacer tres perforaciones en una pieza metálica. Se calcula el tiempo promedio de una muestra aleatoria de 36 trabajadores, resultando 2,6 segundos. Suponiendo que el tiempo de perforación se distribuye según una normal con desviación típica 0,3 segundos:

   1) Encontrar un intervalo de confianza del 99,4 % para dicho tiempo promedio de perforación.

   2) Interpreta el significado del intervalo obtenido.

7. ***Reserva 1 - Bloque 2, B)***

   En el botiquín de un equipaje se encuentran dos cajas de pastillas para el dolor de cabeza y tres cajas de pastillas para el tiroides. El botiquín de otro equipaje hay tres cajas de pastillas para el dolor de cabeza, dos cajas de pastillas para el tiroides y una caja de pastillas laxantes. Si se saca una caja de pastillas al azar de cada uno de los equipajes, calcular la probabilidad de que:

   1) Las dos cajas sean para el tiroides.

   2) Las dos cajas sean de pastillas diferentes.

8. ***Reserva 1 - Bloque 4, A)***

   El 45 % de la población española deja su residencia habitual para ir de vacaciones de verano, de éstos sólo el 5 % sale al extranjero. No obstante hay un 1 % de españoles que no estando de vacaciones sale al extranjero en el verano. Elegido un español al azar, calcular la probabilidad de que:

   1) Viaje al extranjero en el verano.

   2) Encontrándose en el extranjero, esté de vacaciones.

9. ***Reserva 1 - Bloque 4, B)***

   Se desea estudiar la intensidad media que circula por un componente de un circuito en circunstancias diversas. Se supone que la intensidad, en miliamperios, sigue una distribución aproximadamente normal con desviación típica de 12 miliamperios. Llevadas a cabo 25 medidas en instantes elegidos al azar, se obtuvo una media muestral de 85 miliamperios.

   1) Estimar con una confianza del 97,8 % entre qué valores estará la intensidad media.

   2) Interpreta el significado del intervalo obtenido.

10. ***Reserva 2 - Bloque 2, B)***

    Tenemos un dado (con sus seis caras numeradas del 1 al 6), trucado en el que es dos veces mas probable que salga un número par que un número impar.

    1) Calcula la probabilidad de salir par y la de salir impar.

    2) Calcula la probabilidad de que, en un solo lanzamiento del dado, salga un número menor que 4.

11. ***Reserva 2 - Bloque 4, A)***

    En un centro universitario hay matriculados 550 alumnos en primero, 300 en segundo y 150 en tercero. (Se cuenta cada alumno solamente en el curso inferior de todas las asignaturas que tenga). El porcentaje de matriculados en más de 8 asignaturas es: el 70 % de los alumnos de primero, el 90 % de los alumnos de segundo y el 30 % de los alumnos de tercero. Elegido un alumno al azar, halla la probabilidad de que:

    1) Esté matriculado en más de 8 asignaturas.

    2) Estando matriculado en más de 8 asignaturas sea de primero.

12. ***Reserva 2 - Bloque 4, B)***

    Un fabricante produce focos que tienen un promedio de vida con distribución aproximadamente normal con una desviación típica de 40 horas. Si una muestra de 30 focos tiene una vida promedio de 780 horas.

    1) Calcula, con una probabilidad del 96,6 %, entre qué valores se encontrará el promedio de vida de los focos de ese fabricante.

    2) Interpreta el significado del intervalo obtenido.

3.7. Año 2006

1. ***Junio - Bloque 2, B)***

   En una ciudad hay tres lugares de ocio (A, B, C) a los que van habitualmente un grupo de amigos. Las probabilidades de ir un día cualquiera a cada uno de ellos es, respectivamente, 0,4, 0,3 y 0,6. Hallar la probabilidad de que, un día cualquiera dicho grupo:

   1) Solamente vaya a uno de los lugares.

   2) Vaya únicamente a dos de los lugares.

2. ***Junio - Bloque 4, A)***

   En una clase de segundo de Bachillerato compuesta por el 55 % de chicos y el resto de chicas, practica el balonmano el 40 % de los chicos y una de cada cuatro chicas. Si elegimos al azar un alumno de la clase:

   1) ¿Cuál es la probabilidad de que practique balonmano?

   2) ¿Cuál es la probabilidad de que practique balonmano y sea chica?

   3) Si resulta que no practica balonmano, ¿cuál es la probabilidad de que sea chica?

3. ***Junio - Bloque 4, B)***

   La distribución de las puntuaciones de un tipo de examen de matemáticas se considera normal. Aplicando este tipo de examen a una muestra de 81 personas adultas se obtiene una media de 6,4 y una desviación típica de 3.

   1) Encontrar un intervalo de confianza al 98,4 % para la media de las puntuaciones en la población adulta.

2) Interpretar el significado del intervalo obtenido.

4. ***Septiembre - Bloque 2, B)***

   En una clase de segundo de bachillerato hay 10 chicos y 10 chicas, la mitad de las chicas y la mitad de los chicos han optado por la asignatura de Biología, calcular la probabilidad de que, elegido un alumno al azar de esa clase:

   1) Sea chico o haya elegido Biología.

   2) Sea chica y no haya elegido Biología.

5. ***Septiembre - Bloque 4, A)***

   Para superar una oposición se presentan dos modelos de examen A y B, en el modelo A hay 8 preguntas de contenido general y 12 de contenido específico y el modelo B se compone de 9 preguntas de contenido general y 6 de contenido específico (no hay preguntas comunes en los dos modelos de examen). Para elegir una pregunta, primero se elige un modelo de examen al azar y luego, al azar, se elige una pregunta del modelo elegido.

   1) ¿Cuál es la probabilidad de que la pregunta elegida sea de contenido específico?

   2) Si la pregunta elegida es de contenido general, ¿cuál es la probabilidad de que se haya elegido previamente el modelo A?

6. ***Septiembre - Bloque 4, B)***

   PSe desea hacer un estudio de mercado para conocer el precio medio de los libros de texto. Para ello, se elige una muestra aleatoria de 121 libros de texto encontrando que tienen un precio medio de 23 euros. Si sabemos que los precios de los libros de texto siguen una distribución normal con desviación típica de 5 euros,

   1) Encontrar un intervalo de confianza al 98,8 % para el precio medio de los libros de texto.

   2) Interpretar el significado del intervalo obtenido.

7. ***Reserva 1 - Bloque 2, B)***

   En un aula de un colegio, el porcentaje de diestros (sólo utilizan la mano derecha) es el 60 %, la de zurdos (sólo utilizan la mano izquierda) el 15 % y un 1 % que son ambidiestros (utilizan indistintamente ambas manos).

   1) ¿Cuál es la probabilidad de elegir un alumno de esta clase que sólo utilice una mano?

   2) En otro aula de ese colegio con 25 alumnos, los diestros representan el 84 % de la clase y el resto son zurdos. Si sacamos dos alumnos del aula, uno a uno y sin devolverlos al aula, ¿cuál es la probabilidad de que ambos utilicen la misma mano?

8. ***Reserva 1 - Bloque 4, A)***

   En un colegio hay 30 niños no nacidos en España, de los cuales 6 han nacido en el Este de Europa, 15 en el Norte de África y el resto son de origen asiático. Al comenzar el curso, el centro les mide el nivel de español con el fin de proporcionarles clases especiales a los que lo necesiten. Hecha la prueba de nivel se observa que 3 niños del Este de Europa, 9 norteafricanos y 6 asiáticos necesitan clases compensatorias.

1) Si elegimos un niño del colegio al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea asiático y no necesite clases compensatorias?

2) Si elegido un niño al azar resulta que ha tenido que asistir a clases compensatorias, ¿cuál es la probabilidad de que sea de origen norteafricano?

9. ***Reserva 1 - Bloque 4, B)***

   Las tensiones de ruptura de los cables fabricados por una empresa se distribuye aproximadamente en forma normal con una desviación típica de 120 Nw.

   1) Encontrar un intervalo de confianza al 97 % para la media de la tensión de ruptura de todos los cables producidos por esa empresa si una muestra aleatoria de 49 cables de esa empresa han presentado una media de ruptura de 1790 Nw.

   2) Interpretar el significado del intervalo obtenido.

10. ***Reserva 2 - Bloque 2, B)***

    En un examen teórico para la obtención del permiso de conducir hay 14 preguntas sobre normas, 12 sobre señales y 8 sobre educación vial. Si se eligen dos preguntas al azar.

    1) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos preguntas sean de educación vial?

    2) ¿Cuál es la probabilidad de que ninguna sea de señales?

11. ***Reserva 2 - Bloque 4, A)***

    Los porcentajes de contenido violento que emite un determinado canal televisivo autonómico en las diferentes franjas horarias es el siguiente. 1 % por la mañana, 2 % por la tarde y 3 % por la noche. Si un telespectador cualquiera sintoniza un día aleatoriamente este canal con igual probabilidad de franja horaria:

    1) ¿Cuál es la probabilidad de que no vea ningún contenido violento?

    2) Si un telespectador ha visto un contenido violento en ese canal, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido por la mañana?

12. ***Reserva 2 - Bloque 4, B)***

    Se ha tomado una muestra de los precios de un mismo producto en 64 comercios españoles elegidos al azar y se ha encontrado una media de 27 euros. Si los precios del producto se distribuyen según una normal con desviación típica de 6 euros.

    1) Encontrar un intervalo de confianza al 96,6 % para la media de los precios de ese producto en España.

    2) Interpretar el significado del intervalo obtenido.

3.8. Año 2007

1. ***Junio - Bloque 2, B)***

   En el arcén de una determinada carretera, las probabilidades de que un coche parado en este arcén tenga los neumáticos muy gastados es de 0,23 y de que tenga los faros defectuosos es de 0,24. También sabemos que la probabilidad de que un coche parado en este arcén tenga los neumáticos muy gastados o bien los faros defectuosos es de 0,38. Calcula la probabilidad de que un coche parado en ese arcén:

1) Tenga los neumáticos muy gastados y los faros defectuosos.

2) No tenga ninguna de las dos averías.

2. ***Junio - Bloque 4, A)***

En una determinada granja de patos en la que sólo hay dos tipos, uno con pico rojo y otro con pico amarillo, se observa que: el 40 % son machos y con pico amarillo, el 20 % de todos lo patos tienen el pico rojo, el 35 % de los patos que tienen el pico rojo son machos, mientras que sólo el 15 % de los machos tienen el pico rojo.

1) Elegido un pato al azar, calcular la probabilidad de que sea macho.

2) Si el pato elegido ha sido hembra, ¿cuál es la probabilidad de que tenga el pico rojo?

3. ***Junio - Bloque 4, B)***

Para determinar cómo influye en la osteoporosis una dieta pobre en calcio, se realiza un estudio sobre 100 afectados por la enfermedad, obteniéndose que toman una media de calcio al día de 900 mg. Suponemos que la toma de calcio en la población de afectados por la enfermedad se distribuye normalmente con una desviación típica de 150.

1) Encontrar un intervalo de confianza al 99 % para la media de calcio al día que toma toda la población afectada.

2) Interpretar el significado del intervalo obtenido.

4. ***Septiembre - Bloque 2, B)***

Si una persona va un día a su dentista, supongamos que la probabilidad de que sólo le limpie la dentadura es de 0,44, la probabilidad de que sólo le tape una caries es de 0,24 y la probabilidad de que le limpie la dentadura y le tape una caries es de 0,08, calcular la probabilidad de que un día de los que va a su dentista, éste:

1) Le limpie la dentadura o bien le tape una caries.

2) Ni le limpie la dentadura ni le tape una caries.

5. ***Septiembre - Bloque 4, A)***

El 42 % de la población activa de cierto país está formada por mujeres. Se sabe que el 24 % de las mujeres y el 16 % de los hombres está en paro.

1) Elegida un persona al azar de la población activa de ese país, calcula la probabilidad de que esté en paro.

2) Si hemos elegido una persona con trabajo, ¿cuál es la probabilidad de que sea hombre?

6. ***Septiembre - Bloque 4, B)***

En un estudio sobre la conductividad térmica de un determinado material, en unas condiciones particulares, se han tomado 81 mediciones de conductividad térmica obteniéndose una media de 41,9. En esas condiciones se sabe que la desviación típica de la conductividad es 0,3. Si suponemos que la conductividad térmica está distribuida de manera normal:

1) Encontrar un intervalo de confianza al 96 % para la conductividad promedio de este material.

2) Interpretar el significado del intervalo obtenido.

7. ***Reserva 1 - Bloque 2, B)***

En unas votaciones a consejo escolar de un cierto centro sabemos que la probabilidad de que vote una madre es del 0,28, la probabilidad de que vote un padre es del 0,21 y la probabilidad de que voten los dos es de 0,15.

1) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos uno de los dos vote?

2) ¿Cuál es la probabilidad de que no vote ninguno de los dos?

8. ***Reserva 1 - Bloque 4, A)***

Los viajantes de una empresa alquilan coches a tres agencias de alquiler: 60 % a la agencia A, 30 % a la agencia B y el resto a la agencia C. Si el 9 % de los coches de la agencia A necesitan una revisión, el 20 % de los coches de la agencia B necesitan una revisión y el 6 % de los coches de la agencia C necesitan una revisión.

1) ¿Cuál es la probabilidad de que un coche alquilado por esa empresa necesite una revisión?

2) Si un coche alquilado ha necesitado una revisión, ¿cuál es la probabilidad de que lo hayan alquilado a la agencia B?

9. ***Reserva 1 - Bloque 4, B)***

La duración de los préstamos de libros en una determinada biblioteca sigue una distribución normal con desviación típica de 8 días. Tomamos una muestra de 100 libros de esa biblioteca y observamos que tienen una duración media de préstamo de 14 días.

1) Encontrar un intervalo de confianza al 99 % para la duración media de los libros de esa biblioteca.

2) Interpretar el significado del intervalo obtenido.

10. ***Reserva 2 - Bloque 2, B)***

En el Instituto de un determinado barrio se sabe que $1/3$ de los alumnos no vive en el barrio. También se sabe que $5/9$ de los alumnos han nacido en la ciudad y que $3/4$ de los alumnos no han nacido en la ciudad o viven en el barrio. Seleccionado al azar un alumno de ese Instituto, calcular la probabilidad de que:

1) Viva en el barrio.

2) No haya nacido en la ciudad.

3) No haya nacido en la ciudad y viva en el barrio.

11. ***Reserva 2 - Bloque 4, A)***

    La terminación de un trabajo de construcción se puede retrasar a causa de una huelga. La probabilidad de que habrá huelga es de 0,6, la probabilidad de que se termine a tiempo es de 0,85 si no hay huelga y de 0,35 si hay huelga.

    1) ¿Cuál es la probabilidad de que el trabajo se termine a tiempo?

    2) Si el trabajo se ha terminado a tiempo, ¿cuál es la probabilidad de que haya habido huelga?

12. ***Reserva 2 - Bloque 4, B)***

    Se desea hacer un estudio sobre el peso de las cajas de cereales de una determinada marca, para ello se elige una muestra de 64 paquetes y se obtiene un peso medio de 195 g. Sabemos que la distribución de los pesos de esas cajas de cereales es normal con desviación típica de 10 g.

    1) Encontrar un intervalo de confianza al 98 % para el peso medio de todas las cajas de cereales de esa marca.

    2) Interpretar el significado del intervalo obtenido.

3.9. Año 2008

1. ***Junio - Bloque 2, B)***

    Una caja contiene tres monedas. Una moneda es normal, otra tiene dos caras y la tercera está trucada de forma que la probabilidad de obtener cara es $1/3$. Las tres monedas tienen igual probabilidad de ser elegidas.

    1) Se elige al azar una moneda y se lanza al aire, ¿cuál es la probabilidad de que salga cara?

    2) Si lanzamos la moneda trucada dos veces, ¿cuál es la probabilidad de que salga una cara y una cruz?

2. ***Junio - Bloque 4, A)***

    Entre la población de una determinada región se estima que el 55 % presenta obesidad, el 20 % padece hipertensión y el 15 % tiene obesidad y es hipertenso.

    1) Calcula la probabilidad de ser hipertenso o tener obesidad.

    2) Calcula la probabilidad de tener obesidad condicionada a ser hipertenso.

3. ***Junio - Bloque 4, B)***

    Para efectuar un control de calidad sobre la duración en horas de un modelo de juguetes electrónicos se elige una muestra aleatoria de 36 juguetes de ese modelo obteniéndose una duración media de 97 horas. Sabiendo que la duración de los juguetes electrónicos de ese modelo se distribuye normalmente con una desviación típica de 10 horas.

    1) Encontrar el intervalo de confianza al 99,2 % para la duración media de los juguetes electrónicos de ese modelo.

2) Interpretar el significado del intervalo obtenido.

4. ***Septiembre - Bloque 2, B)***

   Tenemos una moneda trucada de forma que la probabilidad de salir cara es $1/3$, y dos urnas A y B. La urna A contiene 12 bolas blancas, 20 rojas y 5 negras, y la urna B contiene 15 bolas blancas, 18 negras y 4 rojas. Realizamos el experimento aleatorio consistente en lanzar la moneda y si sale cara extraemos una bola de la urna A, si sale cruz la extraemos de la urna B.

   1) Halla la probabilidad de extraer una bola blanca.

   2) Halla la probabilidad de extraer una bola de la urna A que no sea roja.

5. ***Septiembre - Bloque 4, A)***

   En una determinada comunidad, la población inmigrante es originaria de tres zonas distintas y repartida de la siguiente forma: el 30 % del Norte de África, el 25 % de Europa del Este y el tanto por ciento restante de Iberoamérica. En situación legal están los siguientes: el 45 % del Norte de África, el 30 % de Europa del Este y el 55 % de Iberoamérica.

   1) Elegido un inmigrante al azar, ¿cuál será la probabilidad de que su situación administrativa sea legal?

   2) Elegido un inmigrante en situación de ilegalidad, ¿cuál será la probabilidad de que venga de Iberoamérica?

6. ***Septiembre - Bloque 4, B)***

   Tras múltiples observaciones se ha constatado que el número de pulsaciones de los deportistas entre 20 y 25 años se distribuye normalmente con una desviación típica de 9 pulsaciones. Si una muestra de 100 deportistas de esa edad presenta una media de 64 pulsaciones:

   1) Encontrar el intervalo de confianza al 97 % para la media de pulsaciones de los todos los deportistas de esa edad.

   2) Interpretar el significado del intervalo obtenido.

7. ***Reserva 1 - Bloque 2, B)***

   Disponemos de un dado pintado y de dos urnas, A y B. En el dado las caras 1, 2, 4 y 5 son amarillas, la cara con el número 3 es roja y la cara con el número 6 es verde. La urna A tiene 7 bolas blancas y 3 bolas azules y la urna B tiene 4 bolas blancas y 6 bolas azules. Realizamos el experimento aleatorio consistente en lanzar el dado y si el color de la cara es amarillo vamos a la urna A, si sale otro color vamos a la urna B, extrayendo a continuación dos bolas de una en una y sin reemplazamiento.

   1) Halla la probabilidad de que las dos bolas sean azules y pertenezcan a la urna B.

   2) Halla la probabilidad de que las dos bolas sean azules.

8. ***Reserva 1 - Bloque 4, A)***

   Se dispone de un banco de preguntas de dos tipos: 60 preguntas son de elección múltiple y 40 preguntas son de verdadero-falso. Sabemos que son difíciles la mitad de las preguntas de elección múltiple así como la décima parte de las preguntas de verdadero-falso. Elegida una pregunta al azar:

1) ¿Cuál es la probabilidad de que sea difícil?

2) Si dicha pregunta resulta ser fácil, ¿cuál es la probabilidad de que sea del tipo verdadero-falso?

9. ***Reserva 1 - Bloque 4, B)***

Para mejorar la duración de unas lámparas eléctricas, un fabricante está ensayando un nuevo método de producción que se considera aceptable por dar lugar a una distribución normal de desviación típica igual a 300 horas. Se toma una muestra de 50 lámparas de este fabricante y se observa que su duración media es de 2320 horas.

1) Encontrar el intervalo de confianza al 97 % para la duración media del total de las lámparas eléctricas

2) Interpretar el significado del intervalo obtenido.

10. ***Reserva 2 - Bloque 2, B)***

En un aula de una academia para aprender chino hay 15 europeos, 12 africanos y 13 americanos.

1) Se rifan dos regalos, ¿cuál es la probabilidad de que no le toque a ningún americano? (puede tocarle al mismo alumno los dos regalos).

2) Sacamos del aula al azar tres alumnos, de uno en uno y sin que vuelvan a entrar, ¿cuál es la probabilidad de que los tres sean americanos?

11. ***Reserva 2 - Bloque 4, A)***

De los trabajadores que trabajan por cuenta propia, 24 tienen estudios primarios, 30 tienen estudios secundarios y 6 tienen estudios superiores. Mientras que de los trabajadores por cuenta ajena, 6 tienen estudios primarios, 25 estudios secundarios y 9 estudios superiores. Elegido un trabajador al azar:

1) ¿Cuál es la probabilidad de que sea trabajador por cuenta propia y tenga estudios secundarios?

2) Si resulta que es un trabajador por cuenta ajena, ¿cuál es la probabilidad de que tenga estudios superiores?

12. ***Reserva 2 - Bloque 4, B)***

Se quiere estudiar la media de edad de jóvenes que se presentan a una prueba para un puesto de trabajo en el ayuntamiento de una gran ciudad. Para ello se elige una muestra aleatoria de 100 jóvenes que se presentan a la prueba observando que la media de edad es 20,2 años. Sabiendo que la variable estudiada se distribuye normalmente en la población con desviación típica de 10 años:

1) Encontrar el intervalo de confianza al 97 % para la media de edad de los todos los jóvenes que se presentan a dicha prueba.

2) Interpretar el significado del intervalo obtenido.

3.10. Año 2009

1. ***Junio - Bloque 2, B)***

   En una clase hay 30 alumnos, de los cuales 3 son pelirrojos, 15 son rubios y el resto morenos. Si elegimos al azar dos alumnos de esa clase, calcula la probabilidad de que:

   1) Tengan el mismo color de pelo.

   2) Al menos uno sea rubio.

2. ***Junio - Bloque 4, A)***

   Se ha realizado una encuesta a un grupo de estudiantes de bachillerato. Entre las conclusiones está que un 40 % han recibido clases de informática. Además, el 80 % de aquellos que han recibido clases de informática tienen ordenador en casa. También que un 10 % de los estudiantes a los que se les pasó la encuesta tienen ordenador en casa y no han recibido clases de informática. Elegido al azar un estudiante encuestado, calcular la probabilidad de que:

   1) Tenga ordenador en casa.

   2) Tenga ordenador en casa y haya recibido clases de informática.

   3) Haya recibido clases de informática, sabiendo que tiene ordenador en casa.

3. ***Junio - Bloque 4, B)***

   La talla de los varones recién nacidos en una determinada ciudad sigue aproximadamente una distribución normal con desviación típica de 2,4 cm. Si en una muestra de 81 recién nacidos de esa ciudad obtenemos una talla media de 51 cm:

   1) Encontrar el intervalo de confianza al 97 % para la talla media de los recién nacidos de esa ciudad.

   2) Interpretar el significado del intervalo obtenido.

4. ***Septiembre - Bloque 2, B)***

   Se lanza un dado de seis caras numeradas del 1 al 6, si el número obtenido es menor de 3, se extrae una bola de una urna U_1 que contiene 4 bolas blancas y 3 rojas; si el número es mayor o igual a 3 se extrae una bola de una urna U_2 que contiene 2 bolas blancas y 6 rojas. Calcular la probabilidad de que:

   1) Habiendo salido un 5, salga una bola blanca.

   2) Salga un 5 y que la bola sea roja.

5. ***Septiembre - Bloque 4, A)***

   Una novela tiene tres partes. La primera parte tiene 125 páginas y el 85 % de ellas no tiene ningún error. La segunda parte tiene 150 páginas y de ellas el 10 % tiene algún error. El 95 % de las 175 páginas de la tercera parte no tienen ningún error.

1) Elegida una página de esa novela al azar, ¿cuál será la probabilidad de que tenga algún error?

2) Elegida una página sin errores, ¿cuál será la probabilidad de que sea de la primera parte?

6. ***Septiembre - Bloque 4, B)***

   La desviación típica del número de horas diarias que duermen los estudiantes de un instituto es de 3 horas. Se considera una muestra aleatoria de 40 estudiantes de ese instituto que revela una media de sueño de 7 horas. Suponiendo que el número de horas de sueño sigue una distribución normal:

   1) Encontrar el intervalo de confianza al 97 % para el número medio de horas de sueño de todos los estudiantes de ese centro.

   2) Interpretar el significado del intervalo obtenido.

7. ***Reserva 1 - Bloque 2, B)***

   La probabilidad de acabar el bachillerato sin repetir ningún curso es de $3/5$ para Luis y de $2/3$ para Roberto. Calcula la probabilidad de que:

   1) Los dos terminen el bachillerato sin repetir curso.

   2) Sólo lo termine sin repetir Luis.

   3) Al menos uno termine sin repetir.

8. ***Reserva 1 - Bloque 4, A)***

   Las máquinas A y B producen 150 y 250 piezas por hora, con porcentajes de fallo del 5 % y del 10 % respectivamente. Tenemos mezcladas las piezas fabricadas en una hora por las dos máquinas y elegimos una pieza al azar. Calcular:

   1) La probabilidad de que sea una pieza sin fallo y fabricada en la máquina A.

   2) La probabilidad de que esté fabricada en la máquina B, si sabemos que tiene fallo.

9. ***Reserva 1 - Bloque 4, B)***

   Los siguientes datos son los pesos en gramos del contenido de 16 cajas de cereal que se seleccionaron de un proceso de llenado con el propósito de verificar el peso promedio: 506, 508, 499, 503, 504, 510, 497, 512, 514, 505, 493, 496, 506, 502, 509, 496 gramos. Si el peso de cada caja es una variable aleatoria normal con una desviación típica de 5 gr.

   1) Obtener el intervalo de confianza estimado al 90 %, para la media de llenado de este proceso.

   2) Interpretar el significado del intervalo obtenido.

10. ***Reserva 2 - Bloque 2, B)***

    La probabilidad de que un individuo conteste a una carta en la que se hace una oferta tentadora es de 0,2. Si recibe 2 cartas al mes, Calcular la probabilidad de que:

    1) Conteste a las dos cartas.

    2) Sólo conteste a la segunda.

3) Conteste al menos a una.

11. ***Reserva 2 - Bloque 4, A)***

    El 60 % de los visitantes de la última exposición de Escher en Madrid eran españoles. De éstos, el 40 % eran menores de 22 años. En cambio de los que no eran españoles, tenían menos de 22 años el 30 % Elegido un visitante al azar, calcular:

    1) La probabilidad de que tuviera menos de 22 años.

    2) La probabilidad de que no fuera español y tuviera 22 o más años.

12. ***Reserva 2 - Bloque 4, B)***

    El valor medio del índice de masa corporal (IMC) en los varones entre 25 y 60 años de una muestra representativa de tamaño 4624 de un determinado país es de 25,97 kg/m^2. Se sabe que el IMC es una variable aleatoria normal con una desviación típica de 3,59 kg/m^2.

    1) Obtener el intervalo de confianza estimado al 98 % para la media del IMC de todos los varones entre 25 y 60 años de ese país.

    2) Interpretar el significado del intervalo obtenido.