

Examen de Matemáticas 4º de ESO. Opción B
5 de noviembre de 2009

1. Resolver las siguientes operaciones con fracciones, simplificando en todo momento los pasos intermedios y el resultado. **(3 puntos; 1 punto por apartado)**

$$a) \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} : \left(\frac{4}{3} - \frac{2}{3} \cdot \frac{15}{8} + 1 \right) =$$

$$b) \frac{\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{9}}{2 + \frac{1}{3} \cdot \left(2 - \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{5} \right)} =$$

$$c) \frac{\left(\frac{1}{5} + 2 - \frac{1}{3} \right) : \frac{1}{5} + \frac{3}{2}}{\frac{1}{5} + \left(2 - \frac{1}{3} : \frac{1}{5} \right) \cdot \frac{3}{2}} =$$

2. De todas mis vacaciones de verano, $\frac{2}{3}$ las paso en mi pueblo. Una vez allí, $\frac{1}{5}$ del tiempo estoy en la piscina.

- a) ¿Qué fracción de mis vacaciones estoy en la piscina? **(0,5 puntos)**
 b) Si tengo 90 días de vacaciones, ¿cuántos días paso en la piscina? **(0,5 puntos)**

3. Simplifica al máximo las siguientes expresiones con potencias de exponente entero, descomponiendo previamente en producto de primos, si fuera necesario, los factores que no sean primos. **(3 puntos; 1 punto por apartado)**

$$a) \frac{(2^2)^2 \cdot 2^{-2} \cdot (3^2)^3 \cdot 3 \cdot (3^2)^{-2}}{12 \cdot 3^3 \cdot 2^{-1} \cdot 3^{-3}} =$$

$$b) \frac{\left(\frac{1}{2} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{25} \right)^{-1}}{5 \cdot \left(\frac{3}{5} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{5} \right)^2} =$$

$$c) \frac{\left(\frac{4}{9} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{5}{4} \right)^3}{\left(\frac{25}{3} \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^{-3} \cdot 2^{-7}} =$$

4. Realiza las siguientes operaciones y expresa el resultado en notación científica **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**

$$a) 41,3 \cdot 10^6 - 32,5 \cdot 10^3 =$$

$$b) 2,3 \cdot 10^{-5} + 3,1 \cdot 10^{-3} =$$

5. Opera y deja el resultado en forma de una sola raíz, extrayendo factores siempre que sea posible (recuerda que has de factorizar los números que no sean primos): **(2 puntos; 0,5 puntos por apartado)**

$$a) \frac{\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{125}}{\sqrt[4]{25}} =$$

$$b) \sqrt{16 \sqrt[3]{64}} =$$

$$c) \sqrt{2 \left(\sqrt[4]{2} \sqrt[3]{4} \right)^3} =$$

$$d) \sqrt{\sqrt[3]{2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2}} =$$

Soluciones:

$$1. \text{ a) } \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \div \left(\frac{4}{3} - \frac{2}{3} \cdot \frac{15}{8} + 1 \right) = \frac{3}{2} - \frac{4}{6} \div \left(\frac{4}{3} - \frac{30}{24} + 1 \right) = \frac{3}{2} - \frac{2}{3} \div \left(\frac{4}{3} - \frac{5}{4} + 1 \right) =$$

$$= \frac{3}{2} - \frac{2}{3} \div \left(\frac{16}{12} - \frac{15}{12} + \frac{12}{12} \right) = \frac{3}{2} - \frac{2}{3} \div \frac{13}{12} = \frac{3}{2} - \frac{24}{39} = \frac{3}{2} - \frac{8}{13} = \frac{39}{26} - \frac{16}{26} = \frac{23}{26}$$

$$\text{b) } \frac{\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{9}}{2 + \frac{1}{3} \cdot \left(2 - \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{5} \right)} = \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{6}{36}}{2 + \frac{1}{3} \cdot \left(2 - \frac{6}{15} \right)} = \frac{\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{1}{6}}{2 + \frac{1}{3} \cdot \left(2 - \frac{2}{5} \right)} = \frac{\frac{3}{12} + \frac{6}{12} + \frac{2}{12}}{2 + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{10}{5} - \frac{2}{5} \right)}$$

$$= \frac{\frac{11}{12}}{2 + \frac{1}{3} \cdot \frac{8}{5}} = \frac{\frac{11}{12}}{2 + \frac{8}{15}} = \frac{\frac{11}{12}}{\frac{30}{15} + \frac{8}{15}} = \frac{\frac{11}{12}}{\frac{38}{15}} = \frac{165}{456} = \frac{55}{152}$$

$$\text{c) } \frac{\left(\frac{1}{5} + 2 - \frac{1}{3} \right) \div \frac{1}{5} + \frac{3}{2}}{\frac{1}{5} + \left(2 - \frac{1}{3} \div \frac{1}{5} \right) \cdot \frac{3}{2}} = \frac{\left(\frac{3}{15} + \frac{30}{15} - \frac{5}{15} \right) \div \frac{1}{5} + \frac{3}{2}}{\frac{1}{5} + \left(2 - \frac{5}{3} \right) \cdot \frac{3}{2}} = \frac{\frac{28}{15} \div \frac{1}{5} + \frac{3}{2}}{\frac{1}{5} + \left(\frac{6}{3} - \frac{5}{3} \right) \cdot \frac{3}{2}} = \frac{\frac{140}{15} + \frac{3}{2}}{\frac{1}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2}}$$

$$= \frac{\frac{28}{3} + \frac{3}{2}}{\frac{1}{5} + \frac{3}{6}} = \frac{\frac{56}{6} + \frac{9}{6}}{\frac{1}{5} + \frac{1}{2}} = \frac{\frac{65}{6}}{\frac{2}{10} + \frac{5}{10}} = \frac{\frac{65}{6}}{\frac{7}{10}} = \frac{650}{42} = \frac{325}{21}$$

2. a) Estoy en la piscina $\frac{1}{5}$ de los $\frac{2}{3}$ de las vacaciones. Por tanto la fracción de mis

vacaciones que estoy en la piscina es: $\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{15}$

$$\text{b) } \frac{2}{15} \text{ de } 90 \text{ días, o sea } \frac{2}{15} \cdot 90 = \frac{180}{15} = 12 \text{ días}$$

$$3. \text{ a) } \frac{(2^2)^2 \cdot 2^{-2} \cdot (3^2)^3 \cdot 3 \cdot (3^2)^{-2}}{12 \cdot 3^3 \cdot 2^{-1} \cdot 3^{-3}} = \frac{2^4 \cdot 2^{-2} \cdot 3^6 \cdot 3 \cdot 3^{-4}}{2^2 \cdot 3 \cdot 3^3 \cdot 2^{-1} \cdot 3^{-3}} = \frac{2^2 \cdot 3^3}{2 \cdot 3} = 2 \cdot 3^2 = 18$$

$$\text{b) } \frac{\left(\frac{1}{2} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{25} \right)^{-1}}{5 \cdot \left(\frac{3}{5} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{5} \right)^2} = \frac{\left(\frac{2}{1} \right)^2 \cdot \frac{25}{2}}{5 \cdot \left(\frac{5}{3} \right)^2 \cdot \left(\frac{3}{1} \right)^1 \cdot \frac{1}{5^2}} = \frac{\frac{2^2 \cdot 5^2}{1^2} \cdot \frac{5^2}{2}}{5 \cdot \frac{5^2 \cdot 3}{3^2} \cdot \frac{1^2}{5^2}} = \frac{\frac{2^2 \cdot 5^2}{2}}{\frac{5^3 \cdot 3}{3^2 \cdot 5^2}}$$

$$= \frac{2^2 \cdot 5^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2}{2 \cdot 5^3 \cdot 3} = \frac{2^2 \cdot 5^4 \cdot 3^2}{2 \cdot 5^3 \cdot 3} = 2 \cdot 5 \cdot 3 = 30$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } \frac{\left(\frac{4}{9}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^3}{\left(\frac{25}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \cdot 2^{-7}} &= \frac{\frac{9}{4} \cdot \frac{5^3}{4^3}}{\frac{25^2}{3^2} \cdot \left(\frac{3}{1}\right)^3 \cdot \frac{1}{2^7}} = \frac{\frac{3^2}{2^2} \cdot \frac{5^3}{(2^2)^3}}{\frac{(5^2)^2}{3^2} \cdot \frac{3^3}{1^3} \cdot \frac{1}{2^7}} = \frac{\frac{3^2}{2^2} \cdot \frac{5^3}{2^6}}{\frac{5^4}{3^2} \cdot \frac{3^3}{1^3} \cdot \frac{1}{2^7}} = \frac{\frac{3^2 \cdot 5^3}{2^8}}{\frac{5^4 \cdot 3^3}{3^2 \cdot 2^7}} = \\
 &= \frac{3^2 \cdot 5^3 \cdot 3^2 \cdot 2^7}{2^8 \cdot 5^4 \cdot 3^3} = \frac{3^4 \cdot 5^3 \cdot 2^7}{2^8 \cdot 5^4 \cdot 3^3} = 3 \cdot 5^{-1} \cdot 2^{-1} = \frac{3}{5 \cdot 2} = \frac{3}{10}
 \end{aligned}$$

$$4. \text{ a) } 41,3 \cdot 10^6 - 32,5 \cdot 10^3 = 41,3 \cdot 10^6 - \frac{32,5}{10^3} \cdot 10^3 \cdot 10^3 = 41,3 \cdot 10^6 - 0,0325 \cdot 10^6 =$$

$$= (41,3 - 0,0325)10^6 = 41,2675 \cdot 10^6 = 4,12675 \cdot 10^7$$

$$\text{b) } 2,3 \cdot 10^{-5} + 3,1 \cdot 10^{-3} = \frac{2,3}{10^2} \cdot 10^{-5} \cdot 10^2 + 3,1 \cdot 10^{-3} = 0,023 \cdot 10^{-3} + 3,1 \cdot 10^{-3} =$$

$$= (0,023 + 3,1)10^{-3} = 3,123 \cdot 10^{-3}$$

$$5. \text{ a) } \frac{\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{125}}{\sqrt[4]{25}} = \frac{\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{5^3}}{\sqrt[4]{5^2}} = \frac{\sqrt[12]{5^4} \cdot \sqrt[12]{5^{18}}}{\sqrt[12]{5^6}} = \frac{\sqrt[12]{5^{22}}}{\sqrt[12]{5^6}} = \sqrt[12]{5^{16}} = 5^{12/12} \sqrt[12]{5^4} = 5 \sqrt[3]{5}$$

$$\text{b) } \sqrt{16} \sqrt[5]{64} = \sqrt{2^4} \sqrt[5]{2^6} = \sqrt[5]{2^6 (2^4)^5} = \sqrt[5]{2^{26}} = 2^2 \sqrt[5]{2^6} = 2^2 \sqrt[5]{2^3} = 4 \sqrt[5]{8}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } \sqrt{2} \left(\sqrt[4]{2} \sqrt[3]{4} \right)^3 &= \sqrt{2} \left(\sqrt[4]{2} \sqrt[3]{2^2} \right)^3 = \sqrt{2} \sqrt[4]{2^3} \sqrt[3]{2^6} = \sqrt[12]{2^6} \sqrt[12]{2^9} \sqrt[12]{2^{24}} = \sqrt[12]{2^{39}} = \\
 &= 2^3 \sqrt[12]{2^3} = 8 \sqrt[4]{2}
 \end{aligned}$$

$$\text{d) } \sqrt{\sqrt[3]{2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2}} = \sqrt{\sqrt[3]{\sqrt{2} \cdot 2^2} \cdot \sqrt{2}} = \sqrt{\sqrt[6]{2^3} \cdot \sqrt{2}} = \sqrt{\sqrt[6]{2^3} \cdot \sqrt[6]{2^3}} = \sqrt{\sqrt[6]{2^6}} = \sqrt{2}$$