

**1. Resuelve los siguientes problemas de proporcionalidad directa e inversa:**

- a) Si por 350 gramos de queso nos han cobrado 1,54 €, ¿cuánto nos cobrarán por 400 gramos del mismo queso?
- b) En un restaurante hay ingredientes para servir 50 menús durante 11 días, pero todos los días el comedor se llena y se acaban sirviendo seis menús más en la mesa auxiliar. ¿Cuántos días durarán los ingredientes sirviendo diariamente 56 menús?
- c) Un repartidor de propaganda ganó 49,50 € por distribuir 500 anuncios. ¿Cuánto le correspondió a su compañera si repartió 700 anuncios?
- d) Si la rueda de mi bicicleta da 480 vueltas para recorrer un kilómetro, ¿cuántas vueltas tendrá que dar para recorrer 150 metros?
- e) Se puede indicar con 20 carteles una ruta de senderismo colocándolos cada 210 metros, pero se cree conveniente que estén situados cada 300 metros. ¿Cuántos carteles harán falta?
- f) En una mina se obtienen 800 kg de mineral por cada 1000 kg de material extraído. ¿Cuántos kg de material hay que extraer para obtener 25 toneladas de mineral?
- g) Un empresario necesita contratar cinco obreros durante nueve meses para sacar adelante el trabajo atrasado. Si sólo contratara a cuatro obreros, ¿durante cuántos meses trabajarían para él?
- h) En 20 días 18 albañiles han hecho la mitad de las paredes de un edificio de 3 plantas. ¿En cuántos días acabarán de hacer las paredes si trabajan 4 albañiles más?
- i) En la construcción de un edificio ya se han gastado 15 sacos de yeso para enlucir 123 m<sup>2</sup> de pared, ¿cuántos m<sup>2</sup> más se podrán enlucir con los 35 sacos que quedan?
- j) El instituto quiere organizar una excursión a Granada para visitar la Alhambra pero el dinero no llega para todos los gastos y parte del alquiler del autobús lo tendrán que pagar los alumnos interesados. Si fuesen 25 alumnos a Granada cada uno tendría que pagar tres euros, pero quieren ir 40 alumnos. ¿Cuánto tendrá que pagar cada uno?
- k) Un autobús hace su trayecto en tres cuartos de hora a una velocidad media de 95 km/h, pero circula a una velocidad media de 80 km/h los días con climatología adversa. ¿Cuánto tarda en hacer su recorrido un día con niebla?
- l) Tres jardineros han cortado el césped en 4 horas y 40 minutos. Determina el tiempo que hubieran tardado en hacerlo ocho jardineros.
- m) Agustín ha plantado un peral cada tres metros en la orilla derecha del camino que atraviesa su huerta y quiere plantar un manzano cada cinco metros en la orilla izquierda, quedando el primer manzano frente al primer peral. Si tiene plantados 46 perales ¿cuántos manzanos tendrá que plantar? ¿Quedará el último manzano frente al último peral?

## **2. Resuelve los siguientes problemas de porcentajes:**

- a) Un traje marcaba 150 € antes de las rebajas. En la época de rebajas el mismo traje costaba 120 €. ¿Qué rebaja nos hicieron en %? En el caso de que la rebaja fuera del 15%, ¿cuánto costaría? Si los 120 € son sin IVA, y el IVA es del 16%, ¿cuánto nos costaría finalmente el traje?
- b) El precio de dos artículos sin IVA es de 25 € y 17,6 €. Averigua cuál es el precio final de ambos artículos, sabiendo que con el IVA suben un 16%.
- c) Si al cabo de varios años el precio de una mercancía se ha multiplicado por 2,23. ¿Cuál ha sido el aumento expresado en %?
- d) Un vendedor recibe de su empresa un 6% de los beneficios de cada venta que realiza. Vende un piso por 80.000 €, cantidad de la que la empresa le gana un 10%. ¿Qué cantidad corresponde al vendedor?
- e) En un colegio de 1500 alumnos el 40% son chicas y el resto chicos. ¿Qué porcentaje de chicos hay? ¿Cuántas chicas hay?
- f) El 20% de los alumnos de 4º de ESO hicieron mal un examen. Si el grupo está formado por 45 alumnos. ¿Cuántos contestaron correctamente?
- g) Al comprar una bicicleta que costaba 50 euros me hacen un descuento del 8%. ¿Cuánto dinero me rebajaron? ¿Cuánto tengo que pagar?
- h) Un comerciante compra una bicicleta en 40 euros y la vende en 60. ¿Qué tanto por ciento se ganó?
- i) Un libro que costaba 18 euros aumenta su precio en el 12%. ¿Cuánto cuesta ahora?
- j) El número de parados que había en una provincia era 24300, y se ha visto aumentado en el 19%. ¿Cuántos parados hay ahora?
- k) El precio de un balón después de un 5% de descuento es de 9 euros. ¿Cuál era el precio inicial?
- l) Por una factura de 800 euros nos cobran 640 euros. ¿Qué tanto por ciento de descuento nos han hecho?
- m) A una persona le retienen de su sueldo un 12%. Si cobra mensualmente 836 euros. ¿Cuál será el sueldo bruto?
- n) Si pagué en un restaurante 40,6 euros con un 6% de IVA, ¿cuál sería la factura sin IVA?
- o) Si en un establecimiento me rebajan el 15% y pago por un artículo 255 euros, ¿cuál era el precio artículo sin la rebaja?
- p) El número de alumnos del instituto bajó en los últimos 4 años un 15%. Si ahora hay 522, ¿cuántos había hace 4 años?
- q) Los precios de varios artículos son 1250 euros, 38,40 euros y 0,50 euros. En una rebaja todos bajan un 30%. Averigua los nuevos precios.
- r) El 0,8% de la población masculina de una ciudad de 400.000 habitantes padece de asma. ¿Cuál es el número de enfermos si el 60% de la población son mujeres?

**3 Resuelve los siguientes problema de interés simple:**

- a) ¿Qué interés producen 28.000.000 € colocados al 6% de interés simple anual durante 2 años?
- b) Calcular el capital final obtenido al depositar 130.000 € al 1,2% mensual durante 6 meses.
- c) Calcular el capital final que se obtiene al depositar 50.000€ al 12% anual durante 3 meses.
- d) ¿A qué porcentaje anual se colocaron 23000 euros si en 14 meses ganaron 5903,33 euros?
- e) Ana deposita 480.000 €. en un banco que le ofrece un rédito del 3,5 %. ¿Qué interés le producirá a Ana su dinero en 3 años? ¿Y en 9 meses? ¿Y en 20 días?
- f) Si 90.000 €. al cabo de tres años se han convertido en 120.000 €. ¿A qué tanto por ciento de interés estuvieron colocadas?
- g) Calcula el capital que, colocado con un rédito del 7,75%, produce en 80 días un interés de 160.580 €.
- h) Calcula el capital que, con un rédito de 4,5% produce un interés de 90.000 €. en 2 años.
- i) Un capital de 32560 € permaneció colocado durante 8,5 meses ganando en concepto de intereses la suma de 4151,40 €. ¿A qué tasa de interés se colocó?
- j) ¿Cuánto tiempo debe permanecer depositado un capital de 30000 € colocado al 24% anual para ganar 8400 € de interés?
- k) ¿En cuánto tiempo 47000 €, colocados al 20% anual, ganan 5000 € de interés?
- l) ¿En cuántos años 525.500 € colocadas al 4% se convierten en 693.666 €?
- m) Un capital se ha prestado con un interés del 5% durante un período de 20 años, produciendo 180.000 €. ¿Cuál es el capital?
- n) El gerente de finanzas de cierta empresa manufacturera deposita 163.500 € en un banco que paga el 14% de interés simple anual. ¿Cuánto podrá acumular (incluyendo los intereses) si retira su dinero 7 meses después de haberlo depositado?
- o) Pides un préstamo de 2400 euros a devolver junto a los intereses dentro de 4 meses. Si el banco te cobra un 7% anual, ¿cuánto dinero tendrás que devolver?
- p) Depositamos 6000 euros en una imposición a plazo fijo de 3 meses que nos ofrece un tipo de interés del 4% anual. ¿A cuánto ascenderán los intereses que nos pagará el banco?
- q) Un empresario devuelve a un banco el importe del dinero que le había prestado más 600 euros en concepto de intereses. Sabiendo que el banco ha cobrado el 8% de interés anual y que el préstamo se había realizado por 5 meses, calcular su importe.
- r) Al nacer Juan su padre depositó 500.000 €. al 9% de interés. ¿Qué capital recogerá Juan cuando cumpla 20 años.

4. Dados los polinomios  $P(x) = 4x^5 + x^3 - 2x^2 + 5x - 7$  y  $Q(x) = 2x^2 - x + 3$ , efectúa las siguientes operaciones:
- a)  $P(x) \cdot Q(x)$     b)  $P(x) \div Q(x)$     c)  $Q(x) \cdot Q(x)$     d)  $(P(x) + Q(x)) \cdot Q(x)$
5. Dados los polinomios  $P(x) = 2x^5 - x^4 + x^2 + 2x - 1$ ,  $Q(x) = -x^2 + 1$  y  $R(x) = -2x^2 + x - 2$ , efectúa las siguientes operaciones:
- a)  $Q(x) \cdot R(x) - P(x)$     b)  $P(x) \div R(x)$
6. Dados los polinomios  $P(x) = 3x^4 - 2x^3 + 6x^2 + 1$ ,  $Q(x) = -2x^3 + 6x^2 - 1$  y  $R(x) = x^2 - 2x + 1$ , efectúa las siguientes operaciones:
- a)  $(P(x) - Q(x)) \cdot R(x)$     b)  $P(x) \div R(x)$
7. Realiza las siguientes divisiones utilizando la regla de Ruffini. Escribe en cada caso quién es el cociente  $C(x)$  y el resto  $R$  de la división:
- a)  $(-3x^4 + x^5 - 5 + 2x^2) \div (x + 2)$
- b)  $(-x^5 - 5x^4 + 2x^3 + 2x^2 - 3) \div (x - 3)$
- c)  $(-x^5 - 3x^4 - x^3 - 2x + 4) \div (x + 2)$
- d)  $(2x^6 - x^3 - 1) \div (x + 1)$
- e)  $(x^6 + x^4 + x^3 + x^2 + x - 1) \div (x + 7)$
- f)  $(x^3 - 1) \div (x - 2)$
8. Utiliza la regla de Ruffini para hallar el valor de  $k$  en las divisiones siguientes, de tal manera que el resto sea el que se indica en cada uno de los apartados:
- a)  $(x^4 - 2x^3 - kx + 2) \div (x + 1)$ . Resto = 2
- b)  $(-x^5 + 2x^3 - kx^2 - 3) \div (x - 1)$ . Resto = -1
- c)  $(-x^3 + kx + 3) \div (x + 3)$ . Resto = 10
- d)  $(2x^5 - kx^2 + x - 2) \div (x + 1)$ . Resto = 0
- e)  $(x^5 - 2x^3 + x^2 - kx - 1) \div (x - 2)$ . Resto = 5
- f)  $(x^3 + kx^2 - 1) \div (x - 5)$ . Resto = -4

9. Contesta a las siguientes cuestiones (teorema del resto):

a) Sin necesidad de efectuar la división, ¿podemos asegurar que el polinomio  $P(x) = x^{50} - x^{25} - x - 1$  es divisible por  $x - 1$ ? ¿Por qué?

b) Averiguar sin efectuar la división cuales de las siguientes divisiones son exactas:

b.1)  $(x^3 - 3x^2 + 2x - 10) : (x - 4)$       b.2)  $(x^3 - x^2 + x + 14) : (x + 2)$

b.3)  $(x^6 - 1) : (x - 1)$       b.4)  $(x^5 - 3x^3 + 2x) : (x - 4)$

c) Halla el valor de  $m$  en cada caso para que las siguientes divisiones sean exacta:

c.1)  $(x^3 + 8x^2 + 4x + m) : (x + 4)$       c.2)  $(2x^3 - 10x^2 + mx + 25) : (x - 5)$

c.3)  $(-2mx^3 - mx^2 + 3mx - 6) : (x + 2)$       c.4)  $(mx^2 - (3m - 1)x + 8) : (x - 4)$

d) En el polinomio  $P(x) = 3x^4 - mx^2 + 3x - 2$ , es  $P(2) = 10$ . Calcula el valor de  $m$ .

e) Al dividir el polinomio  $x^2 + bx + c$  por  $x - 3$  se obtiene de resto 2. Hallar el valor de  $b$  y  $c$  si este polinomio es divisible por  $x - 2$ .

10. El polinomio  $x^2 + bx + c$  es divisible por  $x + 1$ . Además al dividirlo por  $x - 1$  y por  $x - 3$  se obtiene el mismo resto. Hallar los coeficientes del polinomio.

11. Factorizar los siguiente polinomios:

a)  $x^3 - 4x^2 - x + 4$

b)  $x^4 - 25x^2$

c)  $49x^2 - 36$

d)  $x^4 - x^3 - 16x^2 - 20x$

e)  $9 - 6x^4 + x^8$

f)  $x^5 - 4x^3 + x^2 - 4$

g)  $x^4 + x^3 - 5x^2 + x - 6$

h)  $x^4 - x^3 - 7x^2 + 7x$

i)  $45x^3 + 60x^2 + 20x$

j)  $5x^3 - 7x^2 - 20x + 28$

k)  $3x^4 - 12x^3 + 12x^2$

l)  $x^3 + x - 4x^2 - 4$

m)  $x^3 - 3x^2 + 5x - 15$

n)  $10x^4 - 3x^3 - 41x^2 + 12x + 4$

ñ)  $x^4 + 2x^3 - 23x^2 - 60x$

o)  $9x^4 - 36x^3 + 26x^2 + 4x - 3$

p)  $3x^3 - 15x^2 + 12x$

q)  $x^4 - 13x^2 + 36$

12. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

a)  $\frac{x^2 - 6x + 9}{x - 3}$

b)  $\frac{x^2 + x}{x^3 - x}$

c)  $\frac{x^3 + x}{x^3 - x^2 + x - 1}$

d)  $\frac{x^2 - 16}{x^2 + 8x + 16}$

e)  $\frac{x^2 + x}{x^3 + 2x + x}$

f)  $\frac{2x^3 + 5x^2 + 5x + 6}{2x^4 + 3x^3 - 2x - 3}$

13. Realiza las siguientes operaciones con fracciones algebraicas:

$$a) \frac{x-2}{(x-1)^2} + \frac{x+2}{x^2-1} =$$

$$b) \frac{x-1}{x(x-1)} + \frac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)} - \frac{x^4}{(x-1)^2} =$$

$$c) x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4} =$$

$$d) \frac{5}{x} - \frac{5x-30}{x^2+6x} + \frac{x}{x+6} =$$

$$e) \frac{x^2-1}{x^2+x} + \frac{x^2+1}{x^2-1} =$$

$$f) \frac{5}{x+1} + \frac{x+3}{x^2-1} - \frac{5}{x-1} =$$

14. Efectúa los siguientes productos y cocientes de fracciones algebraicas y simplifica, si es posible, el resultado:

$$a) \frac{x+3}{5x} \cdot \frac{3x^2+12}{x^2+10x+6} =$$

$$b) \frac{3x^2}{4-2x} : \frac{6x}{x^2-4} =$$

$$c) \frac{5x^2+20x}{x^3-2x^2} \cdot \frac{x^2-x-12}{x^2-16} =$$

$$d) \frac{x^2-3x-10}{x^2-25} : \frac{6x+12}{2x+10} =$$

$$e) \frac{2x^2+6}{x^2-x} \cdot \frac{x^3-x^2}{8x-4} =$$

$$f) \frac{x^2-8x+16}{x^2+3x-10} \cdot \frac{x^2+2x-8}{x^2-16} =$$

$$g) \frac{x^3-8}{x^3+x} : \frac{x^3-4x}{2x^2+8} =$$

$$h) \frac{x^2+x-2}{x^3-4x} : \frac{x+2}{2x^2-4x+12} =$$

15. Realiza las siguientes operaciones combinadas con fracciones algebraicas y simplifica, si es posible, el resultado:

$$a) \left( \frac{3x}{(x-2)^2} - \frac{3}{x-2} \right) : \frac{1}{x-2} =$$

$$b) \left( \frac{3}{x} - \frac{x}{3} \right) : \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{3} \right) =$$

$$c) \frac{x+1}{(x-1)^2} \cdot \frac{x^2-1}{x} =$$

$$d) \left[ \left( x + \frac{1}{x} \right) : \left( x - \frac{1}{x} \right) \right] \cdot (x-1) =$$

$$e) \frac{2}{x} \cdot \left( \frac{1}{x} : \frac{1}{x-1} \right) =$$

$$f) \left( 1 - \frac{x-1}{x} \right) \cdot \frac{x^2}{x+3} - 1 =$$

$$g) \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} \right) : \frac{3}{x^2} =$$

$$h) 4 - \frac{1}{2x-1} \cdot \left( \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2} \right) =$$