

Examen de Matemáticas 3º de ESO

12 de noviembre de 2009

Instrucciones: en todos y cada uno de los ejercicios es obligatorio hacer un desarrollo o procedimiento, por breve que sea, que lleve a la solución.

1. Halla el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de 300 y 450
(1 punto; 0,5 puntos para el máximo común divisor y 0,5 para el mínimo común múltiplo)

2. Un helicóptero necesita que le cambien el aceite cada 9 meses, el filtro del aire cada 15 meses y las bujías cada 30 meses. ¿A qué número mínimo de meses habrá que hacerle todos los cambios a la vez? **(1 punto)**

3. Calcula el valor de x para que las fracciones sean equivalentes. **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**

$$a) \frac{13}{x} = \frac{52}{48}$$

$$b) \frac{36}{42} = \frac{6}{x}$$

4. Ordena de menor a mayor las siguientes fracciones: $\frac{6}{10}, \frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}$. **(1 punto)**

5. Resolver las siguientes operaciones con fracciones y simplifica todo lo que puedas.
(3 puntos; 1 punto por apartado)

$$a) \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3} - \frac{1}{12} + \frac{5}{4} \cdot \frac{8}{3}$$

$$b) \frac{1}{3} + \frac{4}{3} \div \frac{5}{6} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \cdot \frac{10}{9} + 4 \right) =$$

$$c) \frac{4}{5} - \frac{7}{3} \cdot \frac{3}{7} + \frac{1}{5} \cdot \left(2 + \frac{1}{2} \right) - \frac{7}{3} + 4 \div \frac{6}{5} =$$

6. Tres amigos se reparten 90 € que han ganado en un sorteo de la siguiente manera: Antonio se queda con la quinta parte, Juan con la tercera parte de lo que recibe Antonio, y Sebastián con la mitad de lo que recibe Juan:

a) ¿Qué fracción representa lo que obtiene cada uno? **(0,5 puntos)**

b) ¿Cuánto dinero se queda cada amigo? **(0,5 puntos)**

c) ¿Y cuánto dinero dejan en el bote? **(0,5 puntos)**

7. De un solar se vendieron los $\frac{2}{3}$ de su superficie y después los $\frac{2}{3}$ de lo que quedaba.

El ayuntamiento expropió los 3200 m² restantes para un parque público. ¿Cuál era la superficie del solar? **(1,5 puntos)**

Soluciones:

1. $300 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$; $450 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$. Por tanto:

$$\text{MCD}(300, 450) = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 150 \text{ (comunes elevados al menor exponente)}$$

$$\text{MCM}(300, 450) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 900 \text{ (comunes y no comunes elevados al mayor exponente)}$$

2. $9 = 3^2$; $15 = 3 \cdot 5$; $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \Rightarrow \text{MCM}(9, 15, 30) = 3^2 \cdot 2 \cdot 5 = 90$

Por tanto han de pasar como mínimo 90 meses para hacerle todos los cambios a la vez.

3. a) $\frac{13}{x} = \frac{52}{48} \Rightarrow 13 \cdot 48 = 52x \Rightarrow x = \frac{13 \cdot 48}{52} = \frac{624}{52} \Rightarrow x = 12$;

b) $\frac{36}{42} = \frac{6}{x} \Rightarrow 36x = 42 \cdot 6 \Rightarrow x = \frac{42 \cdot 6}{36} = \frac{252}{36} \Rightarrow x = 7$

4. $\frac{6}{10}, \frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}$. Reduciendo las cuatro fracciones a común denominador tenemos:
 $\frac{12}{20}, \frac{8}{20}, \frac{15}{20}, \frac{10}{20} \Rightarrow \frac{8}{20} < \frac{10}{20} < \frac{12}{20} < \frac{15}{20}$. Por tanto $\frac{2}{5} < \frac{1}{2} < \frac{6}{10} < \frac{3}{4}$.

5. a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3} - \frac{1}{12} + \frac{5}{4} \cdot \frac{8}{3} = \frac{1}{2} + \frac{4}{9} - \frac{1}{12} + \frac{40}{12} = \frac{18}{36} + \frac{16}{36} - \frac{3}{36} + \frac{120}{36} = \frac{151}{36}$

b) $\frac{1}{3} + \frac{4}{3} \div \frac{5}{6} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \cdot \frac{10}{9} + 4 \right) = \frac{1}{3} + \frac{4}{3} \div \frac{5}{6} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{30}{18} + 4 \right) = \frac{1}{3} + \frac{4}{3} \div \frac{5}{6} \cdot \left(\frac{9}{18} - \frac{30}{18} + \frac{72}{18} \right) =$
 $= \frac{1}{3} + \frac{4}{3} \div \frac{5}{6} \cdot \frac{51}{18} = \frac{1}{3} + \frac{24}{15} \cdot \frac{51}{18} = \frac{1}{3} + \frac{8}{5} \cdot \frac{17}{6} = \frac{1}{3} + \frac{136}{30} = \frac{10}{30} + \frac{136}{30} = \frac{146}{30} = \frac{73}{15}$

c) $\frac{4}{5} - \frac{7}{3} \cdot \frac{3}{7} + \frac{1}{5} \cdot \left(2 + \frac{1}{2} \right) - \frac{7}{3} + 4 \div \frac{6}{5} = \frac{4}{5} - \frac{21}{21} + \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{4}{2} + \frac{1}{2} \right) - \frac{7}{3} + \frac{20}{6} =$
 $= \frac{4}{5} - 1 + \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{2} - \frac{7}{3} + \frac{20}{6} = \frac{4}{5} - 1 + \frac{5}{10} - \frac{7}{3} + \frac{10}{3} = \frac{24}{30} - \frac{30}{30} + \frac{15}{30} - \frac{70}{30} + \frac{100}{30} = \frac{39}{30} = \frac{13}{10}$

6. a) Antonio: $\frac{1}{5}$. Juan: $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{5} = \frac{1}{15}$. Sebastián: $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{15} = \frac{1}{30}$

b) Antonio: $\frac{1}{5}$ de 90 = $\frac{1 \cdot 90}{5} = 18$ €. Juan: $\frac{1}{3}$ de 18 = $\frac{1 \cdot 18}{3} = 6$ €.

Sebastián: $\frac{1}{2}$ de 6 = $\frac{1 \cdot 6}{2} = 3$ €.

7. Si se vendieron los $\frac{2}{3}$ quedó $\frac{1}{3}$ del solar. Después se vendieron los $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{3} = \frac{2}{9}$.

En total se vendió: $\frac{2}{3} + \frac{2}{9} = \frac{6}{9} + \frac{2}{9} = \frac{8}{9}$. Por tanto quedó sin vender $\frac{1}{9}$.

Si $\frac{1}{9}$ son 3200 m^2 , el solar entero tenía una superficie de $3200 \cdot 9 = 28800 m^2$.