

Trigonometría

1. Calcula las siguientes expresiones, simplificando todo lo posible el resultado:

a) $\frac{\operatorname{tg} 240^\circ - \operatorname{sec} 120^\circ}{\operatorname{cotg} 330^\circ - \operatorname{cosec} 225^\circ} =$

b) $\frac{\operatorname{sec} 330^\circ + \operatorname{cosec} 150^\circ}{\operatorname{tg} 210^\circ - \operatorname{cotg} 315^\circ} =$

c) $\frac{\operatorname{cotg} 150^\circ - \operatorname{cosec} 315^\circ}{\operatorname{sec} 120^\circ - \operatorname{tg} 240^\circ} =$

d) $\operatorname{tg} 150^\circ + \frac{1}{\operatorname{cosec} 135^\circ} - \frac{\operatorname{sec} 240^\circ - \operatorname{cotg} 120^\circ}{\cos^2 210^\circ} =$

2. Simplifica todo lo que puedas las expresiones siguientes:

a) $\frac{\operatorname{cosec}^2 x - \operatorname{sen}^2 x}{\operatorname{cotg}^2 x} =$

b) $\frac{\cos^4 x - \operatorname{sen}^4 x}{\cos 2x} =$

c) $\frac{\operatorname{sen} x + \operatorname{sen} 2x}{1 + \cos x + \cos 2x} =$

d) $\operatorname{sec} x - \operatorname{sec} x \cdot \operatorname{sec}^2 x =$

e) $\frac{\operatorname{sen} 2x}{1 - \cos^2 x} =$

f) $\frac{\operatorname{sen} x}{1 + \cos x} + \frac{1 + \cos x}{\operatorname{sen} x} =$

g) $\cos x \cdot \operatorname{sen}^2 x + \cos^3 x - \cos x =$

h) $\frac{1 - \cos 2x}{\operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x} =$

i) $\frac{2 \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg}^2 x} =$

j) $\frac{1}{\operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x} =$

k) $\frac{\cos^2 x \cdot \operatorname{cosec} x}{1 - \cos^2 x} =$

l) $\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x + \operatorname{tg}^2 x =$

m) $\frac{\cos x}{1 - \operatorname{sen} x} - \frac{1 - \operatorname{sen} x}{\cos x} =$

n)
$$\frac{2 \operatorname{sen} y \cdot \cos(x-y) + 2 \cos y \cdot \operatorname{sen}(x-y)}{\operatorname{sen} 2x} =$$

3. Comprueba si son ciertas las siguientes igualdades:

a)
$$\frac{\cos x + \operatorname{tg} x}{\cos x \cdot \operatorname{tg} x} = \operatorname{cotg} x + \sec x$$

b)
$$\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{sen}^2 x = \operatorname{tg}^2 x \cdot \operatorname{sen}^2 x$$

c)
$$3 \cos x \cdot \cos 3x = \frac{3}{2}(\cos 4x + \cos 2x)$$

d)
$$\frac{\operatorname{sen} x \cdot \cos x}{\operatorname{sen}^2 x - \cos^2 x} = \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg}^2 x - 1}$$

e)
$$\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x + \operatorname{tg}^2 x = \sec^2 x$$

f)
$$\frac{1 - \cos x}{\operatorname{sen} x} = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$$

g)
$$\sec^2 x \cdot \operatorname{cosec}^2 x = \sec^2 x + \operatorname{cosec}^2 x$$

h)
$$\frac{1 - \operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{tg}^2 x} = \cos 2x$$

i)
$$\sec^2 x (\cos^2 x - 1) + \operatorname{tg}^2 x = 0$$

j)
$$\operatorname{tg}^3 x = \frac{\sec x - \cos x}{\operatorname{cosec} x - \operatorname{sen} x}$$

k)
$$\frac{2 \operatorname{sen} x}{\operatorname{tg} 2x} = \cos x - \frac{\operatorname{sen}^2 x}{\cos x}$$

l)
$$\frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{cotg} \beta + 1}{\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{cotg} \beta - 1} = \frac{\operatorname{sen}(\alpha + \beta)}{\operatorname{sen}(\alpha - \beta)}$$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:

a)
$$\cos 2x = 1 + 4 \operatorname{sen} x$$

b)
$$4 \operatorname{sen} x + 2 \cos 2x = 3$$

c)
$$\cos^2 x \cdot \operatorname{tg} x = -\frac{1}{2}$$

d)
$$\cos x - \operatorname{sen} x = 0$$

e)
$$\cos x \cdot \cos 2x + \cos^2 x = 0$$

f)
$$2 \cos 2x + 3 \operatorname{sen} x + 2 \operatorname{sen} 2x = 0$$

g)
$$\operatorname{tg} x \cdot \sec x = \sqrt{2}$$

h)
$$\cos 4x = \operatorname{sen} 2x$$

i)
$$\cos 4x + \cos 2x = \cos x$$

j)
$$\cos 2x - \cos 6x = \operatorname{sen} 5x + \operatorname{sen} 3x$$

k) $\operatorname{tg} 2x = \operatorname{cotg} x$

l) $\operatorname{cotg}^2 x = 1 - \operatorname{cosec} x$

m) $\operatorname{cosec} x - \operatorname{cotg} x = \sqrt{3}$

n) $\operatorname{sen} 3x + \operatorname{sen} 2x = \operatorname{sen} x$

o) $\cos x - \operatorname{sen} x = \cos 3x$

5. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones trigonométricas:

a)
$$\begin{cases} \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y = 1 \\ \operatorname{sen} x - \operatorname{sen} y = 1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} \operatorname{sen} x + \cos y = \sqrt{2} \\ \operatorname{cosec} x + \sec y = 2\sqrt{2} \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y = 1 \\ 2x + 2y = 180^\circ \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} y + \operatorname{sen}^2 x = 2 \\ y + \cos^2 x = 1 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y = 1 \\ \cos\left(\frac{x-y}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} \cos x \cdot \cos y = \operatorname{sen} x \cdot \operatorname{sen} y \\ x - y = 30^\circ \end{cases}$$

g)
$$\begin{cases} \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y = 1 \\ \cos x + \cos y = 1 \end{cases}$$

h)
$$\begin{cases} \cos x + \cos y = 1 \\ \cos 2x + \cos 2y = -1 \end{cases}$$

i)
$$\begin{cases} \operatorname{sen} x \cdot \cos y = \frac{3}{4} \\ \cos x \cdot \operatorname{sen} y = \frac{1}{4} \end{cases}$$

j)
$$\begin{cases} \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y = \operatorname{sen} 30^\circ \\ \cos x + \cos y = 1 + \cos 30^\circ \end{cases}$$

k)
$$\begin{cases} \operatorname{sen}^2 x + \cos^2 y = \frac{3}{4} \\ \operatorname{sen}^2 x - \cos^2 y = \frac{1}{4} \end{cases}$$

- 6.** Resuelve los siguientes triángulos, según los datos que se indican:
- a)** $A = 40^\circ$; $B = 30^\circ$; $a = 10$ cm
 - b)** $A = 50^\circ$; $B = 70^\circ$; $b = 230$ cm
 - c)** $b = 10$ cm ; $c = 7$ cm ; $A = 60^\circ$
 - d)** $a = 15$ cm ; $b = 18$ cm ; $C = 98^\circ$
 - e)** $a = 46$ cm ; $b = 52$ cm ; $c = 36$ cm
 - f)** $a = 6$ cm ; $b = 9$ cm ; $c = 12$ cm
 - g)** $a = 175$ cm ; $b = 142$ cm ; $B = 41^\circ$
 - h)** $a = 8$ cm ; $b = 12$ cm ; $b = 150^\circ$
- 7.** Calcula los ángulos de un rombo de perímetro 20 m y de diagonal mayor 8m.
- 8.** La altura sobre el lado desigual de un triángulo isósceles mide 12 cm y el ángulo desigual del triángulo es de 30° . Halla sus otros dos ángulos, perímetro y área.
- 9.** A 30 metros del pie de una chimenea de fábrica se ve la punta de ésta, bajo un ángulo de 68° . Calcula la altura de la misma.
- 10.** Desde un punto A se trazan las dos tangentes a una circunferencia de centro O y radio 10 cm. Se sabe que $OA = 25$ cm. Halla el ángulo que forman las tangentes.
- 11.** Las bases de un trapecio miden 15 cm y 8 cm. Uno de sus lados no paralelos mide 6 cm y el ángulo que forman los lados no paralelos es de 20° . Halla el área de ese trapecio.
- 12.** Un avión vuela en "línea horizontal" hacia el Este. Desde un punto situado en el suelo, al Sur del avión, se ve a éste bajo un ángulo de 45° . Cuando el avión ha volado 1.000 metros, desde ese mismo punto se le ve con un ángulo de elevación de 30° . ¿Cuál es la altura de vuelo?
- 13.** Desde la torreta de un faro que está a 50 metros sobre el nivel del agua, se ve un barco, bajando el teodolito 40° . ¿A qué distancia del faro está el barco?
- 14.** Un triángulo equilátero tiene de perímetro 30 cm. Calcula su altura y su área.
- 15.** El lado desigual de un triángulo isósceles mide 50 cm y los ángulos iguales miden, cada uno, 40° . Determina el perímetro, tercer ángulo y área de ese triángulo.
- 16.** Las diagonales de un paralelogramo miden 5 y 6 centímetros, respectivamente. Se cortan bajo un ángulo de $50^\circ 10'$. Halla el perímetro del paralelogramo.
- 17.** Dos circunferencias secantes tienen de radios 6 cm y 9 cm. El ángulo que forman sus dos tangentes comunes es de 30° . Calcula la distancia que hay entre los dos centros de las circunferencias.
- 18.** Dos automóviles parten de un mismo punto por dos carreteras diferentes, que forman un ángulo de 45° entre sí, a velocidades de 50 km/h y 70 km/h respectivamente. Suponiendo que la velocidad de los dos automóviles es uniforme, ¿a qué distancia se encuentran uno del otro al cabo de 2 horas?
- 19.** Calcula la altura de un semáforo, sabiendo que desde cierto punto A, se ve bajo un ángulo de 60° y si nos alejamos 40 metros se ve bajo un ángulo de 30° .

- 20.** Calcula la longitud de la base de un triángulo isósceles sabiendo que el ángulo opuesto a ésta es de 30° y que la altura del triángulo es $2 + \sqrt{2}$. ¿Cuánto mide cada uno de los lados iguales?

Números complejos

- 21.** Calcula, dando el resultado en forma polar, $z = \frac{2}{3-i}$

- 22.** Halla, en forma polar, el resultado de $\frac{i^5 - i^{-8}}{\sqrt{2}i}$

- 23.** Resuelve las siguientes ecuaciones y expresa el resultado en forma binómica:

- a) $z^3 - 8 = 0$
- b) $z^5 - 32 = 0$
- c) $z^3 + 8 = 0$
- d) $z^4 - 81 = 0$
- e) $z^5 + 125z = 0$
- f) $z^5 + z = 0$
- g) $z^6 + 32z = 0$

- 24.** Calcula y representa las siguientes raíces:

- a) $\sqrt[4]{1+i}$
- b) $\sqrt[3]{-i}$
- c) $\sqrt[3]{\frac{1+i}{1-i}}$
- d) $\sqrt[3]{\frac{1+i}{2-i}}$
- e) $\sqrt[5]{\frac{32}{i}}$

- 25.** Realiza la siguiente operación con números complejos, expresando el resultado en

forma polar y trigonométrica: $\sqrt[5]{\frac{-8 - \sqrt{3}i}{(-2\sqrt{3} + 2i)^2}}$

- 26.** Establece la ecuación de segundo grado, cuyas soluciones son $\sqrt{3}_{60^\circ}$ y $\sqrt{3}_{300^\circ}$

- 27.** Se tiene el punto A(3, 1) y se le aplica un giro de -90° , alrededor del eje de coordenadas. Determina, usando el cálculo de números complejos, las coordenadas del punto girado A'.

- 28.** Al punto A(3, 4) se le aplica un giro de 90° , alrededor del origen de coordenadas, obteniéndose así un punto A'. Calcula las coordenadas de A', el perímetro del triángulo AOA' y también su área.